

## Differential Evolution 방법과 Nelder-Mead 방법을 이용한 SOPDT 모델의 폐루프 충격응답으로부터의 TITO 공정 식별

김진식, 강성주<sup>1,\*</sup>

전남대학교 화학공학과, <sup>1</sup> 전남대학교 응용화학공학부  
(sjkang@jnu.ac.kr\*)

### TITO Process Identification From Closed-Loop Impulse Response of SOPDT Model Using of Differential Evolution and Nelder-Mead Method

Jin-Sik Kim, Sung-Ju Kang<sup>1,\*</sup>

Department of Chemical Engineering, Chonnam National University  
<sup>1</sup> Faculty of Applied Chemical Engineering, Chonnam National University  
(sjkang@jnu.ac.kr\*)

#### 서론

다중 입력과 다중 출력을 갖는 다변수 공정의 제어는 화학공정산업에서 자주 접할 수 있다. 다변수 공정에서 가장 간단한 공정은 입력 2 개, 출력 2 개인 TITO(Two-Input Two-Output) 공정이다. 다변수 공정의 전달함수를 구하기 위한 공정식별은 폐루프 응답을 이용하는 방법이 개루프 응답을 이용하는 방법보다는 빠른 동력학적 특성과 공정 운전에 큰 지장을 초래하지 않는다는 장점 때문에 많이 이용되고 있다. 본 논문에서는 전역 최소값에 수렴하는 SOPDT(Second Order Plus Dead Time) 공정모델의 매개변수를 식별하기 위해 DE(Differential Evolution) 방법과 NM(Nelder-Mead) 방법을 혼합하여 사용하였다.

DE 방법을 사용하여 전역구간에서 전역 최적해가 존재하는 구간을 찾은 다음, 국부적 해를 찾는 NM 방법을 이용하여 최적의 공정모델 매개변수를 구하였다. TITO 공정의 입력신호는 충격응답함수를 이용하였으며, 응답신호에 잡음이 있는 경우와 없는 경우에 대하여 비교하였다.

#### 이론

DE 방법은 R. Storn 과 K. Price 에 의해 1995 년에 제안 되었으며 진화이론을 바탕으로 만들어진 통계적 직접탐색 최적화 알고리즘으로 최근에 학계에 가장 대표적으로 알려져 있는 진화적 방법이다. DE 방법은 목적함수를 최적화 시키는데 있어 통계적인 최적화 알고리즘을 사용함으로써 초기 매개변수로부터 전역에서 최적의 해를 구할 수 있고, 빠른 수렴과 적은 변수들로서 조작성이 가능하다는 장점을 가지고 있다. DE 방법은 돌연변이, 교배, 선택의 세 가지 과정으로 이루어진다. 첫 번째 돌연변이는 두 개체의 차에 가중인자를 곱하고, 다른 벡터와 더하여 새로운 매개변수 벡터를 생성하는 과정이다. 두 번째 교배는 돌연변이에 의해 생성된 벡터를 미리 결정된 target 벡터의 매개변수들과 비교하여 trial 벡터를 생성하는 과정으로서, 이와 같이 trial 벡터를 생성하는 과정이다. 세 번째는 교배과정에 의해 생성된 trial 벡터를 돌연변이를 거치기 전의 target 벡터와 비교하여 선택하는 과정 으로서, 여기서 주목할 점은 DE 방법의 선택법은 다른 진화적 알고리즘 과는 다르다는 점이다. DE 방법은 trial 벡터와 target 벡터를 비교할 때 매개변수들을 모두 비교하는 것이 아니라, cost value 만을 비교함으로써 이때 더 작거나 같은 cost value 를 갖는 벡터를 선택한다.

#### <돌연변이>

$$v_{j,i,G+1} = x_{j,r_3,G} + F \cdot (x_{j,r_1,G} - x_{j,r_2,G}) \quad \text{if } \text{rand}_j[0,1] \leq CR$$

각각의 target 벡터( $x_{j,i,G}$ ,  $i=1, \Lambda, NP$ )에 대한 돌연변이 벡터는 위 식에 의해 생성되고,

$F$  는  $(x_{j,r_1,G} - x_{j,r_2,G})$  에 대한 가중치이고,  $F \in (0,1], F > 0$ ,  $r_1, r_2, r_3 \in \{1, \Lambda, NP\}, r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$  이고,  $CR \in [0,1]$  이다. 또한  $j=1, \Lambda, D$  이다.

<교배>

$$u_{j,i,G+1} = \begin{cases} v_{j,i,G+1} & \text{if } rand_j[0,1] \leq CR \\ x_{j,i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서,  $i=1, \Lambda, NP, j=1, \Lambda, D$ ,  $r_1, r_2, r_3 \in \{1, \Lambda, NP\}, r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq i$ ,

$CR \in [0,1], F \in (0,1]$  이다.  $NP$  처럼  $CR$  과  $F$  도 DE 의 제어변수들로서 모두 상수이다.  $F$  의 범위는  $(0,0,1.0]$  이고  $CR$  의 범위는  $[0,0,1.0]$  이다. 일반적으로  $F$  와  $CR$ , 둘 모두 수렴속도와 해를 찾는 과정의 강건성에 영향을 미친다. 이런  $F$  와  $CR$  의 최적값들은 목적함수의 특성들과 모집단의 크기인  $NP$  에 의존한다. 대개  $F, CR, NP$  에 대한 적당한 값들은 다른 여러 값들을 이용하여 몇 번의 trial-and-error 방법에 의해서 구할 수 있으며, 알고리즘을 실행할 때에 가장 권장되는 값은  $F=0.8\sim 0.9, CR=0.5\sim 0.9, NP=5D\sim 10D$  이다.

<선택>

DE 의 선택방법은 다음과 같다. 다음 세대인  $P_{G+1}$  은 현재 모집단인  $P_G$ , 자손집단, 그리고 아래 식에 의해 선택된다.

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G+1} & \text{if } f(U_{i,G+1}) \leq f(X_{i,G}) \\ X_{i,G} & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서,  $U_{i,G+1} = (u_{1,i,G+1}, u_{2,i,G+1}, \Lambda, u_{D,i,G+1})$  이다. 위와 같은 선택방법은 다른 EAs 와는 조금 다르다. 그 차이점은 DE 의 선택방법은 trial 벡터를 현재 모집단의 개체들 전부와 비교하는 것이 아니라 단지 cost value 와 비교하여 작거나 같은 값을 다음 세대( $X_{i,G+1}$ )로 선택한다는 것이다.

**Simulation**

시뮬레이션은 TITO 공정에서 DE 방법과 NM 방법의 두 가지 최적화 방법을 사용하여 다음 전달함수가 Fig. 1 에서와 같이 네 개의 전달함수로 각각 나뉘어져 사용되었으며 이에 대해 각각의 매개변수를 식별하는 것으로서 시뮬레이션을 실행하였다.

$$G_{P11} = \frac{0.58e^{-s}}{12.35s^2 + 8.26s + 1}, G_{P12} = \frac{-0.45e^{-s}}{17.04s^2 + 8.68s + 1}$$

$$G_{P21} = \frac{0.35e^{-1.28s}}{3.35s^2 + 5.67s + 1}, G_{P22} = \frac{-0.48e^{-s}}{1.69s^2 + 5.06s + 1}$$

위 SOPDT 모델은 Benzene-Toluene 증류탑에 대한 dynamic 모델로서, 시뮬레이션에 사용된 입력은 충격응답 함수를 사용하였다. 제어기는 모두 PID 제어기를 사용하였으며, 제어기 변수는 각각  $K_c=2.0, \tau_I=2.0, \tau_D=0.5$  와  $K_c=-3.0, \tau_I=2.0, \tau_D=0.5$  이다. 그리고 SOPDT 모델에 해당되는 제어계의 응답이 상미분방정식 문제이므로 MATLAB 에 주어진 ode45 solver 를 사용하였다. DE 방법은 진화형 알고리즘으로서 초기 입력 조건의 상한과 하한, 모집단의 개체수(NP), 가중인자(F), 교배상수(CR)가 필요하며, 수렴을 위한 무한반복

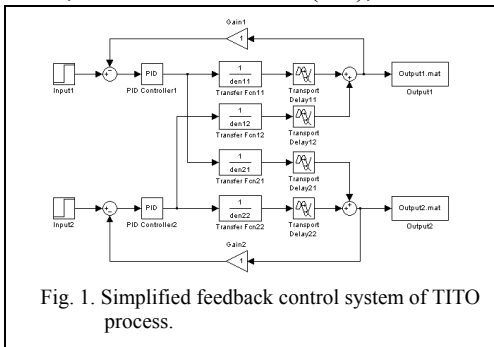


Fig. 1. Simplified feedback control system of TITO process.

을 피하기 위해 반복횟수의 제한이 필요하다. DE 방법을 이용하여 전역구간을 찾고, NM 방법과 같은 국부최적화 방법을 이용하여 전역구간에서 전역 최소값을 찾는 시뮬레이션을 실행하였다.

또한 잡음이 있는 응답신호를 만들기 위해 평균이 0 이고 표준편차가 0.1 인 Gaussian 분포의 잡음을 생성시켜 페루프에 포함시켰다. 이와 같이 DE 방법에 사용되는 매개변수 들의 입력 조건은 Table 1 에 나타내었다.

Table. 1 Input variable used in the DE optimization method.

Input arguments	Value
Number of parameters of the objective function (D)	16
Initial input condition of parameters	Upper boundary
(True parameter #1 $\tau^2 = 12.35, 2\zeta\tau = 8.26, K = 0.58, \theta = 1$ )	: True parameter $\times 2.0$
(True parameter #2 $\tau^2 = 17.04, 2\zeta\tau = 8.68, K = -0.45, \theta = 1$ )	Lower boundary
(True parameter #3 $\tau^2 = 3.35, 2\zeta\tau = 5.67, K = 0.35, \theta = 1.28$ )	: True parameter $\times 0.1$
(True parameter #4 $\tau^2 = 1.69, 2\zeta\tau = 5.06, K = -0.48, \theta = 1$ )	
Number of parents (NP)	250
Weighting factor (F)	0.8
Crossover constant (CR)	0.8
Maximum number of iterations	1500

결과 및 고찰

<잡음이 없는 응답신호>

Fig.2 는 DE 방법을 사용하여 SOPDT 모델에서 페루프 충격응답에 대해 실제 값과 계산된 값을 서로 비교한 그래프로서 이는 매개변수를 모르는 상태에서 초기값의 범위를 넓게 지정할 수 있는 장점을 가지고 있지만, 수렴하는데 가장 오랜 시간이 걸리는 단점을 가지고 있다. Fig.3 은 NM 방법을 사용하여 SOPDT 모델에서 페루프 단위응답에 대하여 실제 값과 계산된 값을 서로 비교한 그래프로서 CPU 시간은 DE 방법보다 조금 작지만 SSQ 값이 큰 결과를 나타내고 있으며 Table 2 에 나타내었다. Fig.4 는 DE 방법을 이용하여 적당한 허용오차( $10^{-2}$ )에서 수렴하게 만든 그래프이고, Fig.5 는 DE 방법과 NM 방법 혼합형 그래프로서 DE 방법에 의해 SSQ 가  $7.625 \times 10^{-3}$ 에서 수렴되면서 얻어진 매개변수를 NM 방법의 초기 조건으로 입력하여 시뮬레이션을 실행한 결과로서 Table 3 에 나타내었다. 이처럼 두 가지의 최적화 방법을 혼합시켜 시뮬레이션을 할 경우 각각의 방법에서 나타나는 단점을 동시에 해결할 수 있다. 여기서 한 가지 주의할 점은 DE 방법의 적당한 허용오차를 찾는 것이다. 이와 같이 적당한 허용오차를 찾기 위해서는 trial and error 방법을 사용하여 찾는 방법이 가장 좋다.

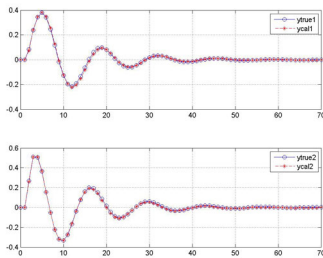


Fig. 2 Comparison of calculated and true closed-loop pulse response of SOPDT model using DE.

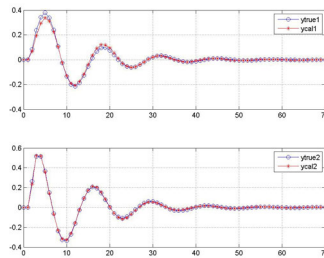


Fig. 3 Comparison of calculated and true closed-loop pulse response of SOPDT model using NM.

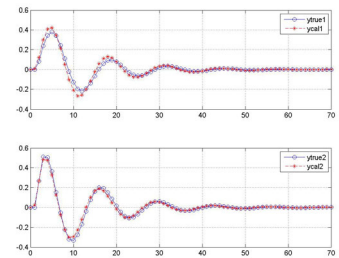


Fig. 4 Comparison of calculated and true closed-loop pulse response of SOPDT model using DE (tolerance =  $10^{-2}$ ).

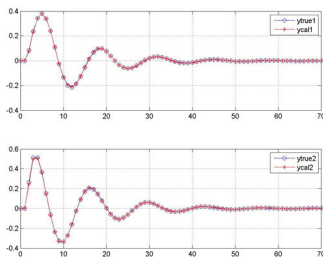


Fig. 5 Comparison of calculated and true closed-loop pulse response of SOPDT model using DE with NM

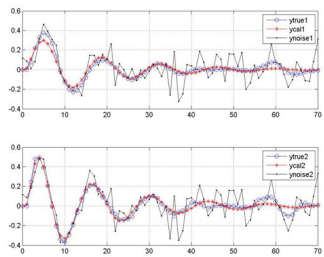


Fig. 6 Comparison of calculated, true and noise signal closed-loop pulse response of SOPDT model using DE (tolerance =  $10^{-2}$ ).

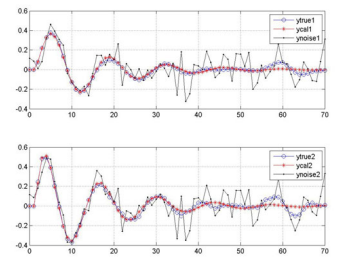


Fig. 7 Comparison of calculated, true and noise signal closed-loop pulse response of SOPDT model using DE with NM (tolerance =  $10^{-2}$ ).

Table. 2 Results of identification of SOPDT model using DE and NM optimization method.

Optimization method	CPU time	Initial condition	Calculated parameter	SSQ
DE	3,283	Upper boundary = True parameter $\times$ 2.0 Lower boundary = True parameter $\times$ 0.1	$G_{P11} = \tau^2 = 12.43$ $G_{P12} = \tau^2 = 16.91$ $2\xi\tau = 8.05$ $2\xi\tau = 8.41$ $K = 0.50$ $K = -0.39$ $\theta = 0.95$ $\theta = 0.97$ $G_{P21} = \tau^2 = 3.25$ $G_{P22} = \tau^2 = 1.36$ $2\xi\tau = 4.69$ $2\xi\tau = 4.49$ $K = 0.40$ $K = -0.39$ $\theta = 1.19$ $\theta = 1.10$	$4.842 \times 10^{-4}$
NM	3,231	True parameter $\times$ 0.5	$G_{P11} = \tau^2 = 11.91$ $G_{P12} = \tau^2 = 16.59$ $2\xi\tau = 7.21$ $2\xi\tau = 9.48$ $K = 0.61$ $K = -0.74$ $\theta = 0.78$ $\theta = 1.09$ $G_{P21} = \tau^2 = 5.22$ $G_{P22} = \tau^2 = 1.93$ $2\xi\tau = 5.59$ $2\xi\tau = 4.27$ $K = 0.29$ $K = -0.51$ $\theta = 1.31$ $\theta = 1.02$	$1.432 \times 10^{-2}$

Table. 3 Results of identification of SOPDT model using DE and NM optimization method (tolerance = 0.01).

Optimization method	CPU time	Initial condition	Calculated parameter	SSQ
DE (tolerance=0.01)	417	Upper boundary = True parameter $\times$ 2.0 Lower boundary = True parameter $\times$ 0.1	$G_{P11} = \tau^2 = 12.27$ $G_{P12} = \tau^2 = 16.75$ $2\xi\tau = 8.69$ $2\xi\tau = 7.94$ $K = 0.69$ $K = -0.39$ $\theta = 0.81$ $\theta = 1.51$ $G_{P21} = \tau^2 = 4.22$ $G_{P22} = \tau^2 = 1.28$ $2\xi\tau = 6.25$ $2\xi\tau = 4.98$ $K = 0.38$ $K = -0.34$ $\theta = 1.18$ $\theta = 1.04$	$7.625 \times 10^{-3}$
DE + NM	179		$G_{P11} = \tau^2 = 12.27$ $G_{P12} = \tau^2 = 16.75$ $G_{P11} = \tau^2 = 12.33$ $G_{P12} = \tau^2 = 17.21$ $2\xi\tau = 8.69$ $2\xi\tau = 7.94$ $2\xi\tau = 8.45$ $2\xi\tau = 8.98$ $K = 0.69$ $K = -0.39$ $K = 0.52$ $K = -0.35$ $\theta = 0.81$ $\theta = 1.51$ $\theta = 0.96$ $\theta = 1.17$ $G_{P21} = \tau^2 = 4.22$ $G_{P22} = \tau^2 = 1.28$ $G_{P21} = \tau^2 = 3.47$ $G_{P22} = \tau^2 = 1.88$ $2\xi\tau = 6.25$ $2\xi\tau = 4.98$ $2\xi\tau = 5.69$ $2\xi\tau = 4.09$ $K = 0.38$ $K = -0.34$ $K = 0.39$ $K = -0.48$ $\theta = 1.18$ $\theta = 1.04$ $\theta = 1.30$ $\theta = 1.11$	$9.448 \times 10^{-4}$

<잡음이 있는 응답신호>

Fig.6 과 Fig.7 은 잡음이 있는 응답신호에 대해 DE 방법과 NM 방법을 이용하여 적당한 허용오차( $10^{-2}$ )에서 수렴하도록 나타낸 그래프이다. Fig.6 은 잡음이 포함된 신호에 대해 DE 방법을 사용하여 시뮬레이션을 실행한 그래프이고, Fig.7 은 DE 방법을 사용하여 찾은 매개변수를 NM 방법의 초기 조건으로 사용하여 시뮬레이션을 실행한 그래프이다.

참고문헌

1. P. K. Viswanathan and G. P. Rangaiah, "Process Identification from Closed-Loop Response Using Optimization Methods", *Trans I. ChemE.*, **70**(A), 528-541, (2000).
2. P. K. Viswanathan, W. K. Toh and G. P. Rangaiah, "Closed-Loop Identification of TITO Process Using Time-Domain Curve Fitting and Genetic Algorithms", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **40**(13), 2818-2826, (2001).
3. R. Storn, K. Price, "Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces", *ICSI Technical Report*, TR-95-012, (1995).
4. R. Storn, K. Price, "Differential Evolution: A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces", *Journal of Global Optimization*, **11**, 341-359, (1997).