

## 역진자계의 PID 제어

한현각\*, 임미희, 정옥희, 김진아

순천향대학교 화학공학과

(chemhan@sch.ac.kr\*)

### PID control of inverted pendulum system

Hyun Kak Han\*, Mi Hee Lim, Ok Hee Jeong Jin A Kim

Department of Chemical engineering, Soonchunhyang University

(chemhan@sch.ac.kr\*)

#### 1. 서론

도립진자 시스템은 모터가 회전하여 발생하는 모터의 회전력을 볼 스크류를 통하여 전달하고, 볼 스크류를 통해 직선운동으로 변화된다. 볼 스크류의 직선운동은 볼 스크류에 연결되어 있는 카트를 이송 시킬 수 있게 되며, 카트에 연결되어 있는 진자의 각도를 수직으로 제어할 수 있게 된다.

기존에 발표되었던 도립진자의 Swing-up 제어 연구에 있어서 도립진자의 계수 및 변수, 제어기의 성능에 따라 진자의 각도를 목표점에 수렴시키기까지의 시간이 달라지며, 실제 도립진자 계통을 구성함에 있어서 카트의 이동거리에는 항상 제한이 있게 된다. 이러한 제한 조건은 제어기 설계 시 반드시 고려되어야만 한다.

본 논문의 주목적은 도립진자의 계수 및 변수가 같을 때 Swing-up 제어에 사용되는 제어기의 종류에 따라 진자의 각도가 목표점에 수렴될 때까지의 시간 차이를 알아보고, 제어기에 따른 성능을 비교해본다.

#### 2. 이론

실험에서 사용된 도립진자 시스템의 기계적 구성은 그림 1과 같으며, 진자각도 감지 엔코더, 위치감지 엔코더, 구동 모터, 볼스크류로 구성되어 있다. 따라서 모터의 회전력이 볼 스크류를 통하여 진자가 얹혀져 있는 카트로 전달되어 직선운동으로 변환되어 움직이며, 이 움직임은 모터에 연결되어 있는 엔코더에서 감지하게 된다. 또한 진자의 각도는 진자에 연결되어 있는 엔코더에서 감지하게 된다.

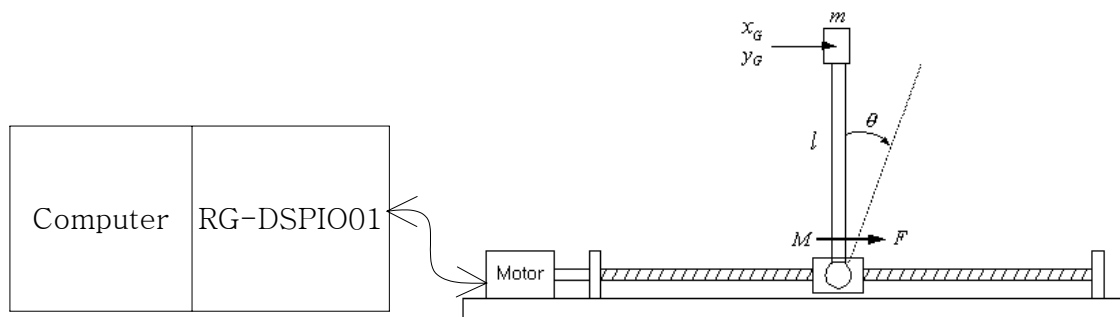


그림 1. 도립진자 시스템의 기계적 장치 구성

또한 전기적 장치의 내부에는 도립진자를 구동하는 모터가 있으며, RG-DSPIO01 보드의 Analogue I/O Port와 25P 커넥터가 전용케이블로 연결되어 있어야 제어가 가능하다.

이와 같은 독립진자 시스템의 운동방정식을 뉴턴의 제 2법칙에 따라 힘과 모멘트에 관한 식으로 정리하면 식(2)와 식(3)으로 나타낼 수 있다. 우선 진자의 무게중심 좌표를  $x_G, y_G$  라고 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x_G &= x + l \sin \theta \\ y_G &= l \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum F : M\ddot{x} + b\dot{x} + m\ddot{x}_G = F \quad (2)$$

$$\sum M : m\ddot{x}_G l \cos \theta - m\ddot{y}_G l \sin \theta = mgl \sin \theta \quad (3)$$

기 호	의 미
$M$	카트의 질량 - 1 Kg
$m$	진자의 질량 - 0.2 Kg
$l$	진자의 길이 - 40 cm
$b$	카트의 마찰계수 - 0.5 Kg/s
$r$	볼스크류 1회전당 이송거리 - 1.27 cm
$x$	카트의 이동거리
$\theta$	진자의 각도

표1. 독립진자 시스템의 물리적인 파라미터

## 2.1 Swing-up 제어

본 실험에서 진자를 수직으로 제어하면서 카트의 위치를 원하는 곳에 위치시킬 수 있도록 제어하기 위하여 Lyapunov function을 이용하여 진자의 총 에너지를 감소시키는 방향으로 진자를 가속시키는 방법을 사용하였다. 진자의 총 에너지는 아래로 늘어뜨려져 있을 때 최대가 되며, 진자를 swing 시켜 수직에 위치하는 순간에 최소에 도달하게 된다. Lyapunov function은 기계적인 총 에너지와 카트의 속도와 위치의 제곱의 합인 두 부분으로 구성된다. 우선, 기계적 총 에너지는 식(4)과 같다.

$$E_p = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + mgl(\cos \theta - 1) \quad (4)$$

여기서, 이 에너지의 절대값은 최하위점 일 때, 그 값  $2mgl$ 로 가장 크며, 최상위점 에서 0으로 가장 작다. 카트의 속도와 위치의 제곱의 합은 식(5)와 같다.

$$F_c = wml(x^2 + \dot{x}^2) \quad (5)$$

여기서  $w$ 은 비례상수이며,  $w > 0$  이다. Lyapunov function은 식(6)과 같다.

$$V = \frac{1}{2} (|E_p| + F_c)^2 \quad (6)$$

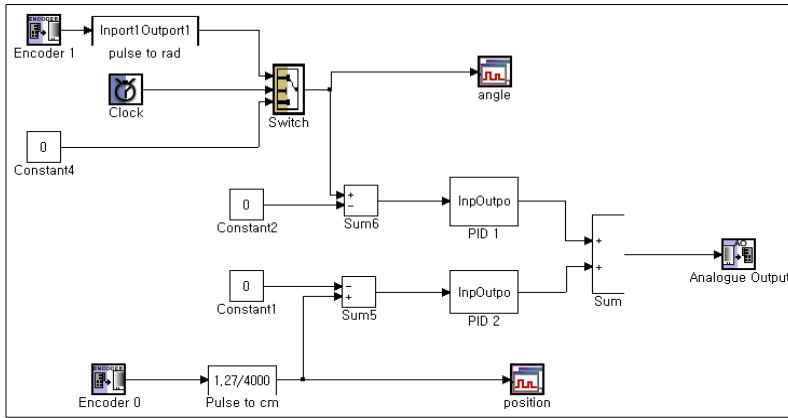
이 함수는 최상위점을 제외하고는 항상 양의 값을 가지게 된다. 진자가 수직일 때의 에너지가 최소가 되기 때문에 이 함수의 도함수가 항상 음의 값을 가지도록 제어를 해야 한다.

## 3. 실험

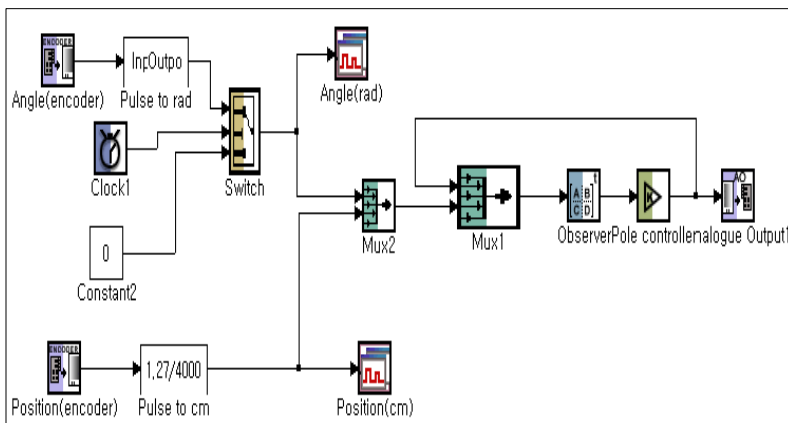
이 실험에서는 RG-DSPIO01 보드의 Analogue I/O Port와 전기적 장치에서의 25P 커넥터가 전용케이블로 연결된 독립진자를 CEMTool을 이용하여 제어하게 된다. 또한 SIMTool을

이용하여 Swing-up 제어 알고리즘을 구성하며 각각의 제어를 블록으로 구성한 후 Swing-up 제어 알고리즘의 제어기 부분에 도입시킨다.

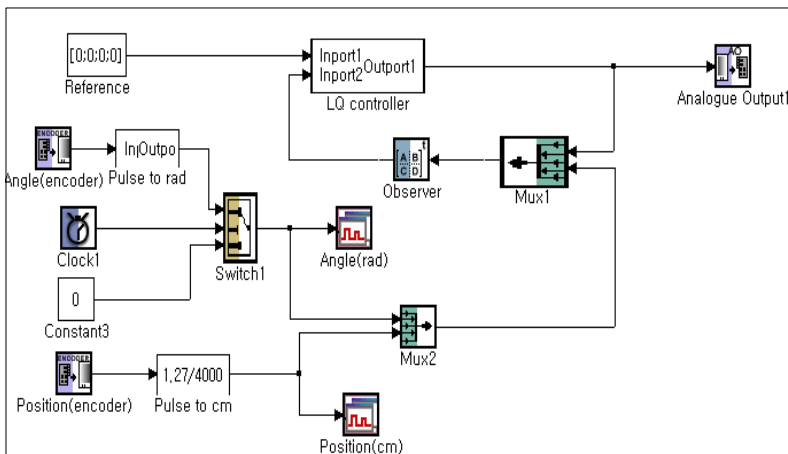
### 3.1. PID 제어기 설계



### 3.2 극배치 기법을 이용한 제어기 설계



### 3.3 2차 최적추종제어를 이용한 제어기 설계



## 4. 결과 및 토론

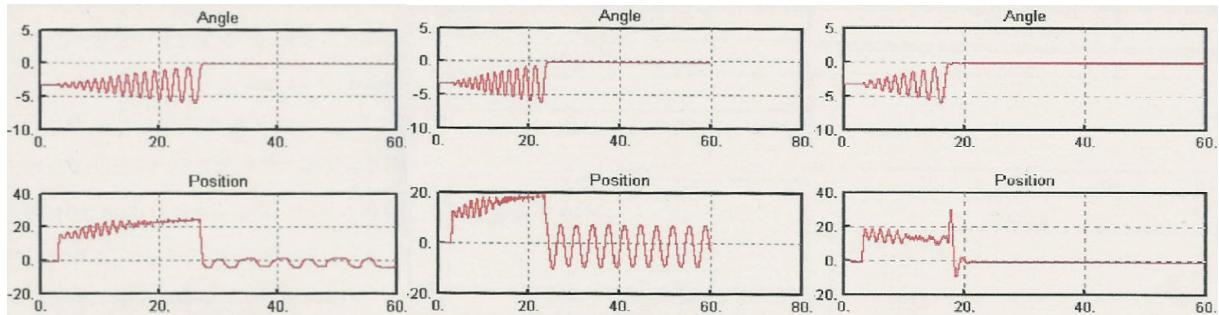


그림2. PID Controller를 사용한 Swing-up 제어 실험 결과

그림3. 극배치 기법을 이용한 Controller를 사용한 Swing-up 제어 실험 결과

그림4. 2차최적추종제어 기법을 이용한 Controller를 사용한 Swing-up 제어 실험 결과

PID controller를 사용한 Swing-up 제어 실험결과는 그림2와 같으며, 대략 27초 후에 진자가 수직을 유지하게 되었고, 카트의 위치도 큰 움직임 없이 제어가 되었다. 그림3에서 보이는 극배치 기법을 이용한 Controller를 사용한 Swing-up 제어 실험 결과는 진자가 수직으로 될 때까지의 시간은 대략 24초 정도였으나 그 후 카트의 움직임이 영점을 기준으로 큰 기폭을 보였으며, 그림4는 2차최적추종제어 기법을 이용한 Controller를 사용한 Swing-up 제어 실험 결과로서 세 실험 중 가장 빠른 시간 안에 진자가 수직으로 제어되고 카트의 위치도 매우 안정적인 결과를 보여준다. 세 결과를 비교해보면 2차최적추종제어 기법을 이용한 Controller를 사용함으로써 가장 안정적인 Swing-up 제어의 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

## 5. 참고문헌

- [1] A. Kristenson, M. Wiklund and K.J.Astrom, "A New Strategy for Swing up an Inverted Pendulum", Preprint of IFAC 18th world Congress, vol. 9, pp151-154, 1993
- [2] Akira Inoue Yusuke Otani, Takuya Kurokami and Yoichi Hirashima, "A swingup control of an inverted pendulum with cart position control", NTCC 2001, 2001.
- [3] 기초에서 고급까지 자동제어 실험실습 P.307, 2002
- [4] A. Bradshaw and J. Shao. " Swing-up control of inverted pendulum systems", Journal of Robotica, 14, 397-405, 1995
- [5] Yo-Han Kwon, Won\_ho Choi, Beom-Soo Kim, Myo-Taeg Lim, "Design of a Swing-up controller for Inverted Pendulum System", 대한전기학회 추계학술대회, 1999