모델을 이용한 회분식 및 전이 공정의 입력궤적 개선

이광순, 김원철
서강대학교 화학공학과

Model-Based Refinement of Input Trajectories for Batch and Transient Process

K.S. Lee, W.C. Kim
Dept. of Chem. Eng., Sogang University

서론

주어진 출력 궤적에 해당되는 입력의 궤적을 이용하는 것은 회분식 공정의 제어 시스템을 설계하는데 매우 중요하다. 거의 모든 회분식 공정의 운전은 정상상태가 없으며 선형 시스템 이론은 운전 궤적의 편차에 대해서만 적용 가능하다. 목표하는 출력 궤적과 비슷한 출력을 만드는 입력 궤적을 피드백 제어기의 bias 항으로 이용할 수 있다면 피드백 제어루프의 성능은 더 향상될 것이다. 회분식 공정은 비선형성과 NMP(nonminimum phase)가 있기 때문에 위와 같은 신호없이 피드백 제어기를 설계하는 것은 매우 어렵다. 위와 같은 상황은 Grade가 변화되는 폴리에틸렌 또는 폴리프로필렌 반응기와 같이 전이(transient) 연속 공정에서도 비슷하다.

전체 운전범위에 대해 적용할 수 있는 공정 모델이 있다면 이 모델의 역모델을 구하여 입력궤적을 계산할 수 있다. 그러나 비선형 공정의 경우에는, 특히 반응이 일어나는 경우에는, 역모델을 구하는 것이 어렵다. 이러한 이유에서 비선형 모델의 역모델을 구하는 대신 다른 방법을 찾아야 한다.

연구되지 않은 많은 회분식 공정의 특징 중 하나는 반복성이다. 현재의 입력 및 출력 궤적의 근처에서 선형 근사 모델을 구하여 계속적으로 입력 궤적을 개선해 갈 수 있을 것이다.

반복 학습제어 방법은 로보트 팔을 제어하기 위해 개발되었다.(Arimoto et al., 1984). 이 방법은 deterministic system의 tracking error가 영이 되게 하는 입력 개선식을 구하도록 되어 있어 다양한 회분식 공정이나 전이 공정(transient process)에는 적합치 않다. 또한 기존 ILC방법은 노이즈나 외란에 매우 민감하여 과도한 제어 출력을 유도하는 단점을 가지고 있다.

먼저 기존 ILC 방법들의 특성을 간단히 살펴 보고 새로 제안할 방법을 설명하기로 하자.

기존 ILC 방법

과거 십여년 동안 많은 ILC 방법들이 발표되어 로보트 응용 분야에 많은 기여를 하였다. 기존 ILC 방법의 중요한 성질들을 설명하기 위해 선형 공정에 적용되는 1차 알고리듬에 대해 살펴보자. 이 경우 기존 ILC 문제는 다음과 같이 기술된다.

시간 구간 [0,T] 동안 정의되는 선형 시스템

$$y = Gu \tag{1}$$

과 설정치 궤적 y_d가 주어졌을 때,

$$\| y_d - y_k \| \to 0 \quad as \quad k \to \infty \tag{2}$$

을 만족하는 1차 선형 입력 개선식

$$u_{k+1} = Mu_k + Ny_k + Hy_d \tag{3}$$

을 구하는 문제.

위의 식에서 u, y, y_d 와 G, M, N, H 는 s 또는 z의 함수이며 첨자 k는 반복 작업횟수이다.

위의 문제는 $M = I, N = -H$일 때

$$\sup_{\omega} \| I - HG \| < 1 \tag{4}$$

이면 해결된다.

식(4)를 만족하는 학습필터 H는 미분기를 갖을 수 있으며 이 경우에는 고주파 외란에 민감하게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 P-algorithm(Arimoto et al., 1990) 이나 robust filter(Lee et al., 1994) 등 여러 가지 방법들이 제시되었으나 출력궤적에 offset이 있게 된다.

또한 출력변수의 개수가 입력변수의 개수보다 많은 경우에는 식(2)를 만족하는 perfect tracking을 얻을 수 없다. 이 경우에는 얻을 수 있는 최적의 tracking 성능을 요구하는 것이 바람직하다. 마지막으로 위의 학습제어방법을 비선형 시스템에 적용하는 방법이 확실하지 않다.

제안된 학습제어 방법

시간구간 T=[0, 1, ... N] 에 대해 정의되며 잡음이 있는 다변수 이산시간 비선형 회분식 공정이 다음과 같이 표현된다고 하자.

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{y}} + \mathbf{w} = N(\mathbf{u}) + \mathbf{w} \tag{5}$$

여기서

$$\mathbf{y} = [\, y^T(0) \;\; y^T(1) \;\ldots\; y^T(N) \,] \;,\; y \in R^{n_y} \tag{6}$$

$$\mathbf{u} = [\, u^T(0) \;\; u^T(1) \;\ldots\; u^T(N) \,] \;,\; u \in R^{n_u} \tag{7}$$

$$\mathbf{w} = [\, w^T(0) \;\; w^T(1) \;\ldots\; w^T(N) \,] \;,\; w \in R^{n_y} \tag{8}$$

그리고

$$E \;\mathbf{w}_k = \mathbf{0} \text{ and } cov\{\, \mathbf{w}_k \;\; \mathbf{w}_j^T \,\} = \mathbf{W}\delta(k-j) \tag{9}$$

입력궤적 $\mathbf{u}_k$근처에서 비선형 모델 N의 local linear model G_k를 구할 수 있다면 다음과 같이 근사된다.

$$N(\mathbf{u}) \approx N(\mathbf{u}_k) + [\frac{dN}{d\,\mathbf{u}_k^T}](\mathbf{u} - \mathbf{u}_k) = \mathbf{y}_k + \mathbf{G}_k(\mathbf{u} - \mathbf{u}_k) \tag{10}$$

이 선형화된 모델을 다시 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}_{k+1} &= \bar{\mathbf{y}}_k + \mathbf{G}_k(\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k) \\ \mathbf{y}_k &= \bar{\mathbf{y}}_k + \mathbf{w}_k \end{aligned} \tag{11}$$

새로운 변수를

$$\begin{aligned} \bar{e}_k &= \bar{y}_k - y_d \\ e_k &= y_k - y_d \\ \Delta u_k &= u_{k+1} - u_k \end{aligned} \tag{12}$$

와 같이 정의하면 Error Dynamic Model 은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \bar{e}_{k+1} &= \bar{e}_k + G_k \Delta u_k \\ e_k &= \bar{e}_k + w_k \end{aligned} \tag{13}$$

매 작업마다 다음 목적함수를 최소화하는 문제를 생각해 보자.

$$\min_{\Delta u_k} \left[J_k = \frac{1}{2} E\{ e_{k+1}{}^T Q_k e_{k+1} + \Delta u_k{}^T R_k \Delta u_k \mid (e_k, u_k)\} \right] \tag{14}$$

시스템이 선형이고 목적함수가 quadratic 이므로 해는 다음과 같이 표현된다.

Solution : "Q-ILC"

Input updating rule :

$$u_{k+1} = u_k - (G_k{}^T Q_k G_k + R_k)^{-1} G_k{}^T Q_k \hat{e}_k \tag{15}$$

Error estimate :

$$\begin{aligned} \hat{e}_{k+1} &= \hat{e}_k + G_k \Delta u_k + K_k (e_k - \hat{e}_k), \ \hat{e}_0 = \hat{e}_I \\ K_k &= P_k (P_k + W)^{-1} \\ P_{k+1}{}^{-1} &= P_k{}^{-1} + W^{-1}, \ P_0 = P_I \end{aligned} \tag{16}$$

<u>**제안된 방법의 성질**</u>

제안된 학습제어 방법의 성질을 역모델에 근거한 학습제어 방법과 비교해 보자.

$$I\text{-}ILC : u_{k+1} = u_k - G^{-1} e_k \tag{17}$$

$$Q\text{-}ILC : u_{k+1} = u_k - (G^T Q G + R)^{-1} G^T Q \hat{e}_k \tag{18}$$

학습제어기의 노이즈에 대한 민감도는 학습제어기 필터에 좌우된다. I-ILC의 노이즈에 대한 민감도는

$$\| H \| = \| G^{-1} \|_\infty = 1/\sigma_{\min}(G) \tag{19}$$

이므로 샘플링 주기가 줄어들 수록 G^{-1}는 미분기에 가까워지게 되어 $\| H \|$는 무한대로 증가하게 된다. 반면 Q-ILC의 노이즈에 대한 민감도는

$$\begin{aligned} \| H \| &= \| (G^T Q_k G + R)^{-1} G^T Q \|_\infty \\ &\le \frac{\sigma_{\max}(G)\sigma_{\max}(Q)}{\sigma_{\min}(G^T Q G + R)} \le \frac{\sigma_{\max}(G)\sigma_{\max}(Q)}{\sigma_{\min}(R)} \end{aligned} \tag{20}$$

이다. $\sigma_{\max}(G)$는 유한한 값을 가지므로 Q나 R을 이용하여 얼마든지 민감도를 조절할 수 있다.

$\| u_{k+1} - u_k \|$가 충분히 적어서

$$N(u_{k+1}) = N(u_k) + \left[\frac{dN}{d u^T{}_k}\right](u_{k+1} - u_k) = \bar{y}_k + G_k(u_{k+1} - u_k) \tag{21}$$

라고 하자. Q_k와 R_k가 일정하고 $G_k = G_{k+1}$ 인 경우 제안된 학습제어 방법을 적용하면 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \Delta u \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} I-K & 0 \\ -M & L \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \Delta u \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} K \\ M \end{bmatrix}_k w_k \tag{22}$$

여기서

$\tilde{e} = \bar{e} - \hat{e}$, $L = (G^T Q G + R)^{-1} R$,

그리고 $M = (G^T Q G + R)^{-1} G^T Q K$ 이다.

따라서 출력오차의 추정오차와 입력편차의 수렴조건은 다음과 같다.

$$|\lambda_i (I - K_k)| < 1 \quad 와 \quad |\lambda_i (L_k)| < 1 \tag{23}$$

실제 공정이 $G_k + \Delta g$ 인 경우에 제안된 학습제어 방법을 적용하면

$$\begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \Delta u \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} I-K & \Delta g \\ -M & L \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \Delta u \end{bmatrix}_k - \begin{bmatrix} K \\ M \end{bmatrix}_k w_k \tag{24}$$

이므로 다음과 같은 조건을 만족하면 모델 오차가 없는 경우와 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\left| \lambda_i \left\{ \begin{bmatrix} I-K & \Delta g \\ -M & L \end{bmatrix}_k \right\} \right| < 1 \tag{25}$$

위의 수렴조건은 weighting matrix Q와 R에 좌우되므로 이 값을 변경하여 수렴조건 및 수렴속도를 조절할 수 있다. 반면 기존의 학습제어방법은 모델 불확실성이 있는 경우에 변형된 궤적으로 수렴하게 되며 robustness margin의 조절이 어렵다.

결론

회분식 공정 및 전이 공정의 입력궤적을 개선할 수 있는 새로운 방법을 제시하였다. 제시된 Q-ILC방법은 기존 학습제어 방법의 문제점인 노이즈에 민감성과 확장성의 결여 등을 해결하였다.

감사

본 연구에 대한 공정산업의 지능자동화 연구센터(ARC)와 한국과학재단의 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. S. Arimoto, S. Kawamura, and F. Miyazaki. Bettering operation of robots by learning. *J. Robot. Sys.*, 1:123,1984

2. S. Arimoto, T. Naniwa, and H. Suzuki. Robustness of p-type learning control with a forgetting factor for robotic operations. *Proc. of the 29th Conf. on Decision and Control*, pages 2640-2645, 1990.

3. K.S. Lee, S.H. Bang, and K.S. Chang. Feedback-assisted iterative learning control based on an inverse process model. *J. Proc. Cont.*, 4:77-89, 1994.