대류 물질 전달
CONVECTIVE MASS TRANSFER

Contents

대류 물질 전달

- 벌크 흐름과 대류가 존재할 때, 종A의 수송을 위한 지배 방정식

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} + u\frac{\partial c_A}{\partial x} = D_{AB}\frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + r_A \quad (1)$$

(storage) (bulk flow of convection) (diffusion or dispersion) (generation)

●u는 벌크흐름에 기여하는 속도

●이 식은 확산 또는 분산 둘 다 사용할 수 있다.

대류 물질 전달

- (1) 식의 4가지 시나리오

  1) 무한 유체에서

  2) 다공성 고체에서

  3) 정체된 가스에서

  4) 표면 위에서

1) 무한 흐름에서 대류-분산

- 오염물질이 유류에서 도입되는 상황

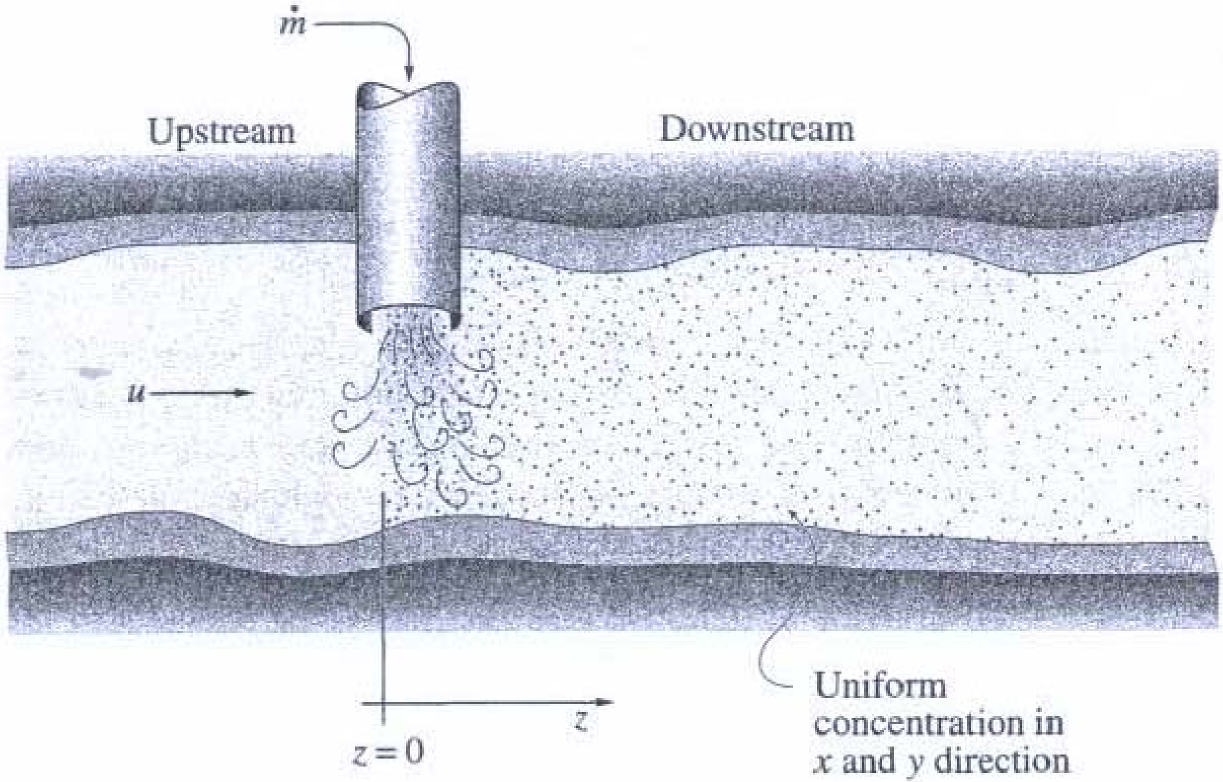


Fig. 1. Source of pollution into the stream.

1) 무한 흐름에서 대류-분산

□ 오염물질이 유류에서 도입되는 상황의 지배방정식

$$\cancelto{0}{\frac{\partial c_A}{\partial t}} + u\frac{\partial c_A}{\partial z} = E\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} - k'' c_A \qquad (2)$$

(st.st) (convection) (dispersion)

※ 가정

●수직 및 횡 방향에서의 순간적인 혼합

●정상상태

1) 무한 흐름에서 대류-분산

- 물질이 z=0에서 $\dot{m}$의 속도로 유입되는 경우의 경계조건

$$c(z \to \infty) = 0 \quad (3)$$

$$c(z \to -\infty) = 0 \quad (4)$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

지배방정식

$$u\frac{\partial c_A}{\partial z} = E\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} - k^{''}c_A \quad (5)$$

이 식을 풀면 2차 균일 미분 방정식이다. 이것의 형태는

$$c = c^* e^{\lambda z} \quad (6)$$

λ를 구하기 위해 (5) 식에 대입

$$c^*(u\lambda - E\lambda^2 + k^{''})e^{\lambda z} = 0$$

$$u\lambda - E\lambda^2 + k^{''} = 0$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

λ에 대한 해

$$\lambda = \frac{u \pm \sqrt{u^2 + 4Ek''}}{2E}$$
$$= \frac{u}{2E}(1 \pm \psi)$$

이때,

$$\psi = \sqrt{1 + \frac{4Ek''}{u^2}} \geq 1$$

그러므로 두 근은

$$\lambda_1 = \frac{u}{2E}(1 + \psi) > 0 \quad (7)$$

$$\lambda_2 = \frac{u}{2E}(1 - \psi) < 0 \quad (8)$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

2차 미분방정식의 일반적인 해는

$$c(z) = c_1 e^{\lambda_1 z} + c_2 e^{\lambda_2 z}$$

두 경계조건을 사용하면

$$c(z \to \infty) = 0\text{일 때,} \quad c_1 = 0$$
$$c(z \to -\infty) = 0\text{ 일 때,} \quad c_2 = 0$$

일반적인 해는

$$c(z) = c_1 e^{\lambda_1 z} \quad z < 0 \tag{9}$$

$$c(z) = c_2 e^{\lambda_2 z} \quad z > 0 \tag{10}$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

c_1, c_2를 평가하기 위한 $z = 0$에서의 유량과 질량수지

$$[-EA\frac{dc}{dz} + Auc]_{z=0^+} - [-EA\frac{dc}{dz} + Auc]_{z=0^-} = \dot{m}$$

(9), (10) 식, $c_1 = c_2$를 이용하여 c로 치환

$$-EAc_1\lambda_2 e^{\lambda_2 0} + Auc_1 e^{\lambda_2 0} + EAc_1\lambda_1 e^{\lambda_1 0} - Auc_1 e^{\lambda_1 0} = \dot{m}$$

$$-EAc_1\lambda_2 + Auc_1 + EAc_1\lambda_1 - Auc_1 = \dot{m}$$

$$EAc_1(\lambda_1 - \lambda_2) = \dot{m}$$

$$\therefore c_1 = \frac{\dot{m}}{EA(\lambda_1 - \lambda_2)}$$

$$c(z) = c_1 e^{\lambda_1 z} \quad z < 0 \quad (9)$$

$$c(z) = c_2 e^{\lambda_2 z} \quad z > 0 \quad (10)$$

(7), (8) 식을 이용하여 치환

$$c_1 = \frac{\dot{m}}{Au\psi}$$

$$\lambda_1 = \frac{u}{2E}(1 + \psi) > 0 \quad (7)$$

$$\lambda_2 = \frac{u}{2E}(1 - \psi) < 0 \quad (8)$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

① 대류와 분산의 일반적인 경우에 대한 해법

$$c(z) = \begin{cases} \dfrac{\dot{m}}{Au\psi} e^{\frac{u}{2E}(1+\psi)z} & z < 0 \\ \dfrac{\dot{m}}{Au\psi} e^{\frac{u}{2E}(1-\psi)z} & z > 0 \end{cases} \qquad (11)$$

- 분산및 본체흐름이 수송에 기여할 때 z방향에 따라 농도가 커짐.
- –z 방향의 농도는 오직 분산에 의한 것.

1) 무한 흐름에서 대류-분산

① 대류와 분산의 일반적인 경우에 대한 해법

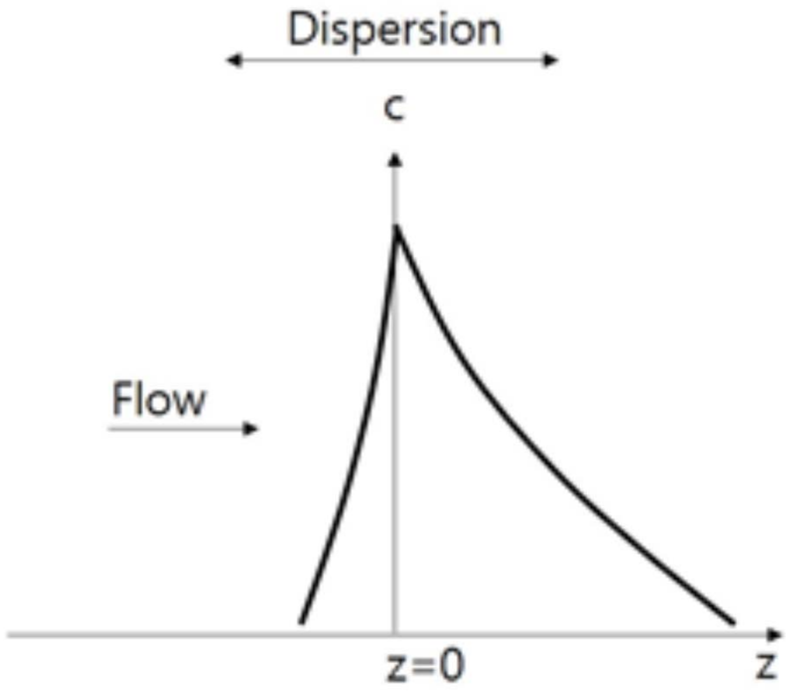


Fig. 2. Concentration distribution of source according to both convection and dispersion.

1) 무한 흐름에서 대류-분산

② 대류가 주요 메커니즘인 경우

분산 계수(E)는 작고, ψ≈1이다. 그리고 $c(0) = \frac{\dot{m}}{Au}$ 이다.

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} + u\frac{\partial c_A}{\partial z} = E\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} - k'' c_A \quad (5)$$

위 식에서 E=0 으로 놓고 풀면

$$c(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ \frac{\dot{m}}{Au} e^{\frac{-k'' z}{u}} & z > 0 \end{cases} \quad (12)$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

② 대류가 주요 메커니즘인 경우

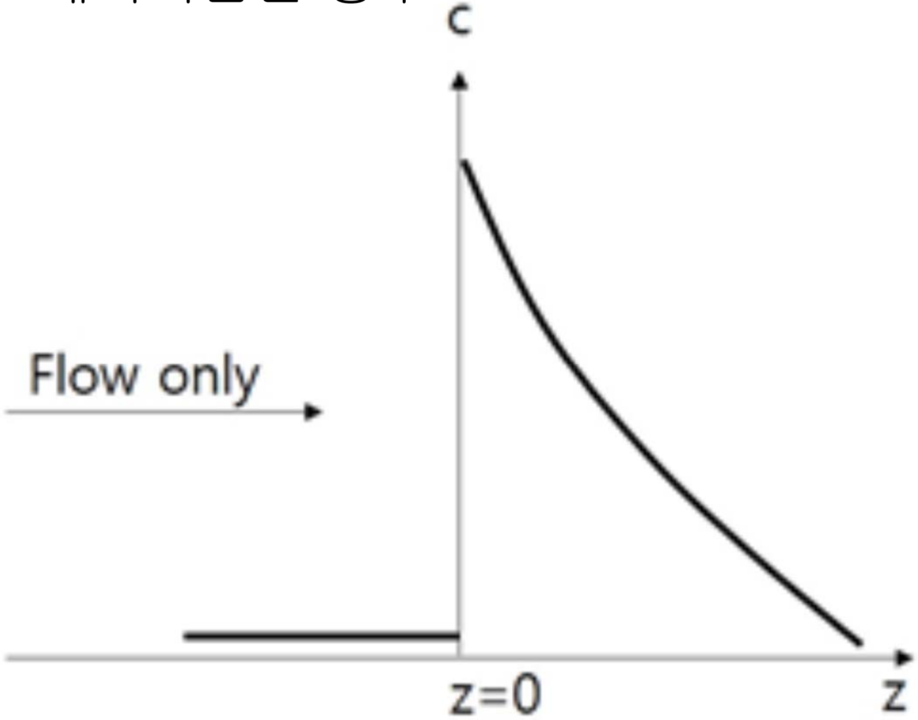


Fig. 3. Concentration distribution of source according to only convection.

1) 무한 흐름에서 대류-분산

③ 분산만 있는 경우

분산계수는 증가하고 u는 감소하며, u가 0에 가까워짐에 따라,

$$u\psi = u\sqrt{\frac{u^2+4k''E}{u^2}}\left(\psi = \sqrt{1+\frac{4Ek''}{u^2}}\right)$$

$$\approx \sqrt{4k''E}$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

③ 분산만 있는 경우

$$c(z) = \begin{cases} \dfrac{\dot{m}}{Au\psi} e^{\frac{u}{2E}(1+\psi)z} & z < 0 \\ \dfrac{\dot{m}}{Au\psi} e^{\frac{u}{2E}(1-\psi)z} & z > 0 \end{cases} \qquad (11)$$

위 식에 $u\psi$ 와 u≈0에 대해 대입하면,

$$c(z) = \begin{cases} \dfrac{\dot{m}}{A\sqrt{4k''E}} e^{+\sqrt{\frac{k''}{E}}z} & z < 0 \\ \dfrac{\dot{m}}{A\sqrt{4k''E}} e^{-\sqrt{\frac{k''}{E}}z} & z > 0 \end{cases} \qquad (13)$$

1) 무한 흐름에서 대류-분산

③ 분산만 있는 경우

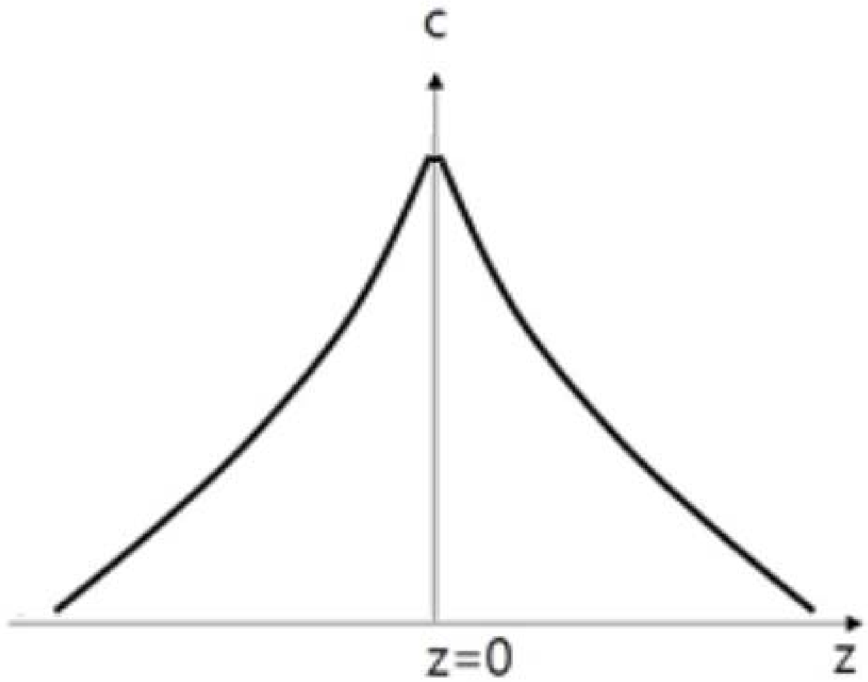


Fig. 4. Concentration distribution of source according to only dispersion.

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

운반유체가 다공질 입자 사이의 영역을 완전히 채우고 있는 다공성 고체를 다룬다.

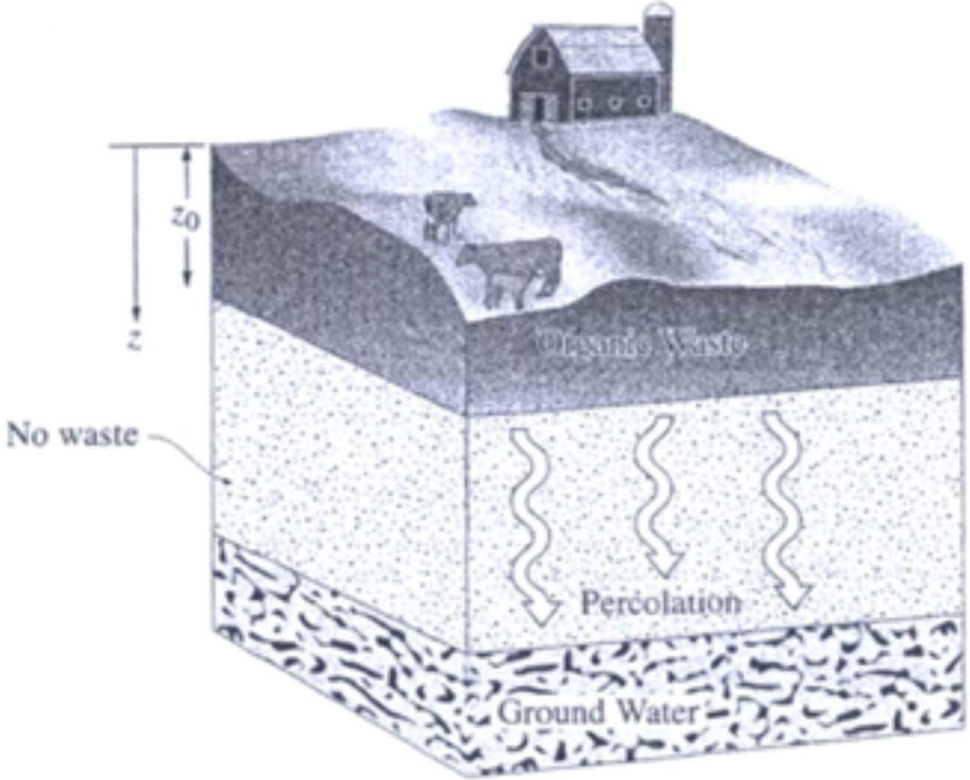


Fig. 5. Schematics of pollutant transport through soil.

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

대류분산에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} + u\frac{\partial c_A}{\partial z} = E\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2}$$

(storage) (convection) (dispersion)

변수를η=z−ut로바꾸면, 이 방정식은 다음과 같이 변환된다.

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} = E\frac{\partial^2 c_A}{\partial \eta^2} \qquad (14)$$

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

- 초기조건

표층의 두께 (z_0)가 용질농도가 c_i까지 올라갈 때,초기 시간에 표면 근처에 분산된 양을 나타낸다.

$$c(z,t) = c_i \quad (z \le z_0, t = 0)$$
$$= 0 \quad (z > z_0, t = 0)$$

이 문제는 종분산의농도 기울기가 c*과 c**인 두 문제의 조합으로 볼 수 있다.

$$c = c^* - c^{**}$$

첫번째, 농도 c^*는 물질 c_i가 z=0에서 무한대로 확장될 때, 초기 농도.
두번째, 농도 c^{**} 는 물질 c_i가 $z = z_0$에서 무한대로 확장될 때, 초기 농도.

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

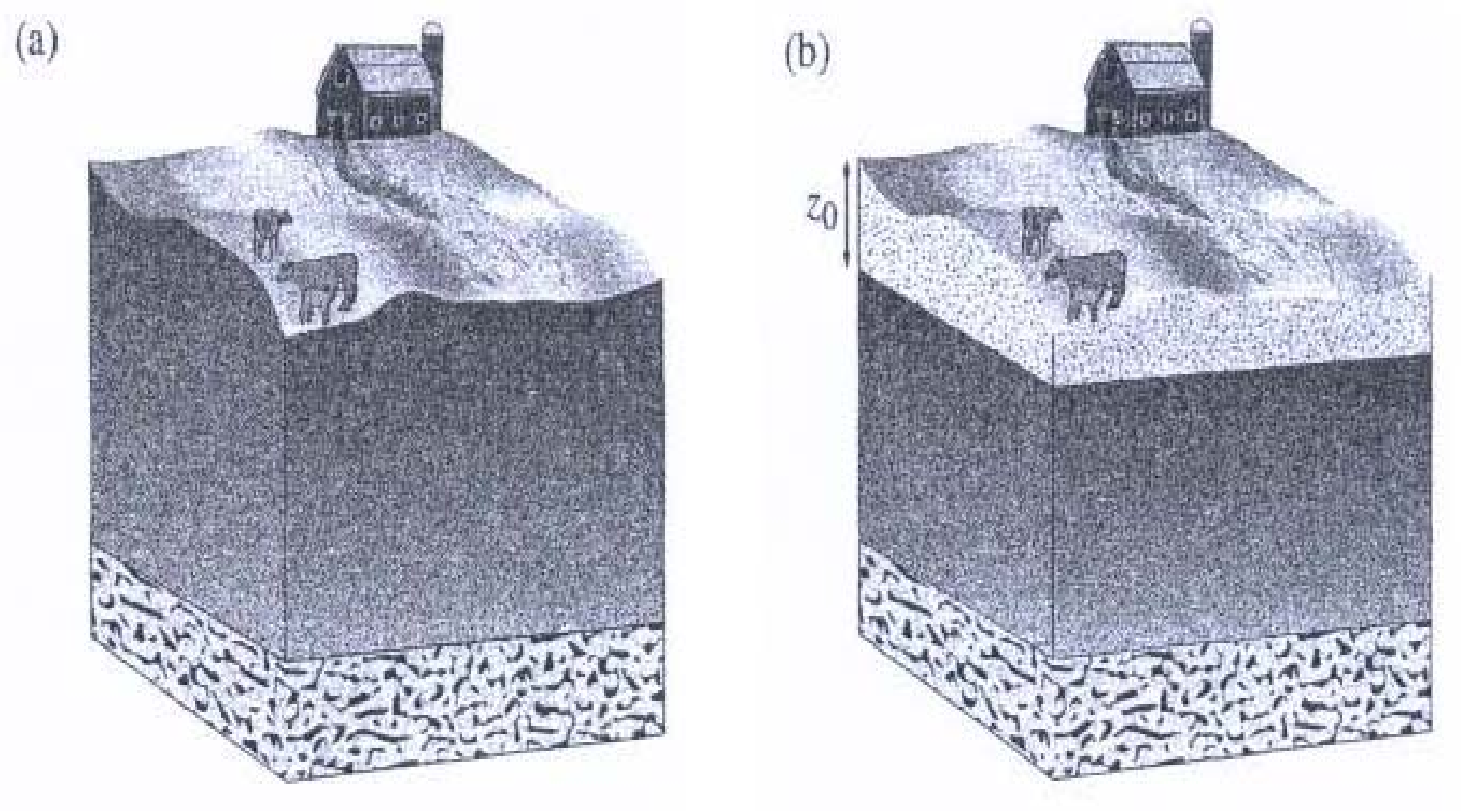


Fig. 6. Splitting up the problem into two problems (a) and (b).

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

① (a) 문제

- 지배 방정식

$$\frac{\partial c^*}{\partial t} + u\frac{\partial c^*}{\partial z} = E\frac{\partial^2 c^*}{\partial z^2} \qquad (15)$$

- 경계조건

$$c^*(z \to \infty) = c_i$$
$$c^*(z = 0) = 0$$

- 초기조건

$$c^*(t = 0) = c_i$$

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

① (a) 문제

(14) 식을 이용하여 나타내면,

$$\frac{\partial c^*}{\partial t} = E\frac{\partial^2 c^*}{\partial \eta^2}(\eta = z - ut) \qquad (16)$$

경계조건도 η에 대해 나타내면,

$$c^*(\eta \to \infty) = c_i \qquad (17)$$

$$c^*(\eta = 0) = 0 \qquad (18)$$

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

① (a) 문제

- 해 구하기
  (19) 식을 이용하여 해를 구한다.

$$\frac{c-c_i}{c_s-c_i} = 1 - erf\left[\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right] \qquad (19)$$

$$\frac{c^* - c_i}{0 - c_i} = 1 - erf\left[\frac{\eta}{2\sqrt{Et}}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{c^*}{c_i} = erf\left[\frac{\eta}{2\sqrt{Et}}\right] (20)$$

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

② (b) 문제

- 지배 방정식

$$\frac{\partial c^{**}}{\partial t} + u\frac{\partial c^{**}}{\partial z} = E\frac{\partial^2 c^{**}}{\partial z^2} \qquad (21)$$

- 경계조건

$$c^{**}(z \to \infty) = c_i$$
$$c^{**}(z = z_0) = 0$$

- 초기조건

$$c^{**}(t = 0) = c_i$$

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

② (b) 문제

(14.14) 식을 이용하여 나타내면,

$$\frac{\partial c^{**}}{\partial t} = E\,\frac{\partial^2 c^{**}}{\partial \eta^2} \qquad (\eta = z - ut)$$

경계조건도 η에 대해 나타내면,

$$c^{**}(\eta \to \infty) = c_i$$
$$c^{**}(\eta = 0) = 0$$

두번째 문제에서는 거리변수를 변환한다.

$z^* = z - z_0$ (22)

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

② (b) 문제

- 해 구하기

$$\frac{c^{**} - c_i}{0 - c_i} = 1 - erf\left[\frac{\eta}{2\sqrt{Et}}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{c^{**}}{c_i} = erf\left[\frac{z^{*} - ut}{2\sqrt{Et}}\right] \quad (23)$$

$$= erf\left[\frac{z - z_0 - ut}{2\sqrt{Et}}\right] \quad (24)$$

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

③ 완전한 해

$$c = c^* - c^{**}$$

$$= c_i[erf\left(\frac{z-ut}{2\sqrt{Et}}\right) - erf\left(\frac{z-z_0-ut}{2\sqrt{Et}}\right)] \qquad (25)$$

2) 반무한 다공성 고체에서의 대류-분산

③ 완전한 해

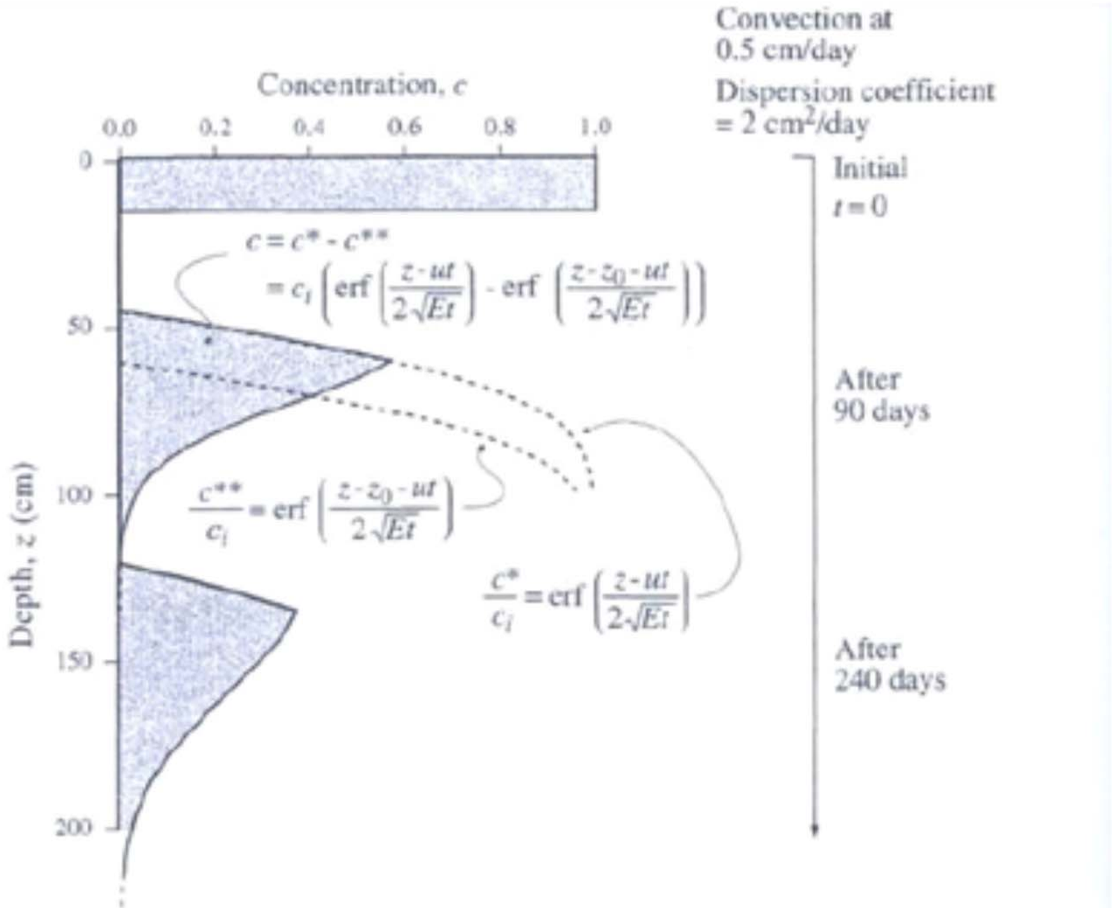


Fig. 7. Movement and spreading of a layer of pollutant over time due to dispersion and convection (or bulk flow) as predicted by Equation 14.28.

3) 다공성 고체에서의 대류-분산: 수착 포함

- 수착 : 흡착과 흡수가 함께 일어나는 현상.
- 지배 방정식

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u\frac{\partial c}{\partial z} = E\frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \frac{\partial c^{ad}}{\partial t} \tag{26}$$

Storage Convection Dispersion Adsorption

- 가정

1. 다공성 물질을 통해 흘러가는 액체의 속도는 일정하다.
2. 일정한 분산이 일어난다.
3. 부패되는 현상은 없다.

3) 다공성 고체에서의 대류-분산: 수착 포함

$$c\left[\frac{\mu g}{cm^3 of\ soil}\right] = c^*\left[\frac{\mu g}{cm^3 of\ water}\right] * \theta_f\left[\frac{cm^3 of\ water}{cm^3 of\ soil}\right] \tag{27}$$

$$c^{ad}\left[\frac{\mu g}{cm^3 of\ soil}\right] = c^*\left[\frac{\mu g}{cm^3 of\ water}\right] * \mathrm{K}\left[\frac{cm^3 of\ water}{g\ of\ soil}\right] * \rho_s\left[\frac{g\ of\ water}{cm^3 of\ soil}\right] \tag{28}$$

c^* = 용질의 용해된 농도

θ_f = *토양의 최대 수분 함량*

K^*
= 용질 화학 물질과 토양 입자사이의 분산계수

ρ_S = 토양의 건조 부피 밀도

3) 다공성 고체에서의 대류-분산: 수착 포함

- 지배방정식에서 c와 c^{ad}에 c^*을 대입

$$\theta_f \frac{\partial c^*}{\partial t} + u\theta_f \frac{\partial c^*}{\partial z} = E\theta_f \frac{\partial^2 c^*}{\partial z^2} - \rho_s K^* \frac{\partial c^*}{\partial t} \quad (26)$$

$$\underbrace{\left(1 + \frac{\rho_s K^*}{\theta_f}\right)}_{\text{R: 자연계수}} \frac{\partial c^*}{\partial t} + u \frac{\partial c^*}{\partial z} = E \frac{\partial^2 c^*}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial c^*}{\partial t} + \frac{u}{R} \frac{\partial c^*}{\partial z} = \frac{E}{R} \frac{\partial^2 c^*}{\partial z^2} \quad (29)$$

3) 다공성 고체에서의 대류-분산: 수착 포함

- 경계 조건

$$
\begin{aligned}
c^*(z,t) &= c_i^* \qquad (\mathrm{z} \le z_0, t = 0) \\
&= 0(\mathrm{z} \ge z_0, t = 0)
\end{aligned}
\tag{30}
$$

$$
\begin{aligned}
&c^*(z,t) \\
&= c_i^*[\mathrm{er}f\left(\frac{z - \left(\frac{u}{R}\right)t}{2\sqrt{\frac{E}{R}t}}\right)
\end{aligned}
\tag{31}
$$

3) 다공성 고체에서의 대류-분산: 수착 포함

$$c + c^{ad} = \left(\theta_f + K^* \rho_S\right) c^*$$

$$= \left(\theta_f + K^* \rho_S\right) c_i^* [er\, f\left(\frac{z - \left(\frac{u}{R}\right) t}{2\sqrt{\frac{E}{R} t}}\right) - \mathrm{erf}\left(\frac{z - z_0 - \frac{u}{R} t}{2\sqrt{\frac{E}{R} t}}\right)] \qquad (32)$$

4) 정체 기체에서 대류-확산

$$\frac{\partial c_A}{\partial t} + u\frac{\partial c_A}{\partial z} = D_{AB}\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} + r_A \qquad (33)$$

Steady state　　bulk flow or convection　　diffusion　　no generation

4) 정체 기체에서 대류-확산

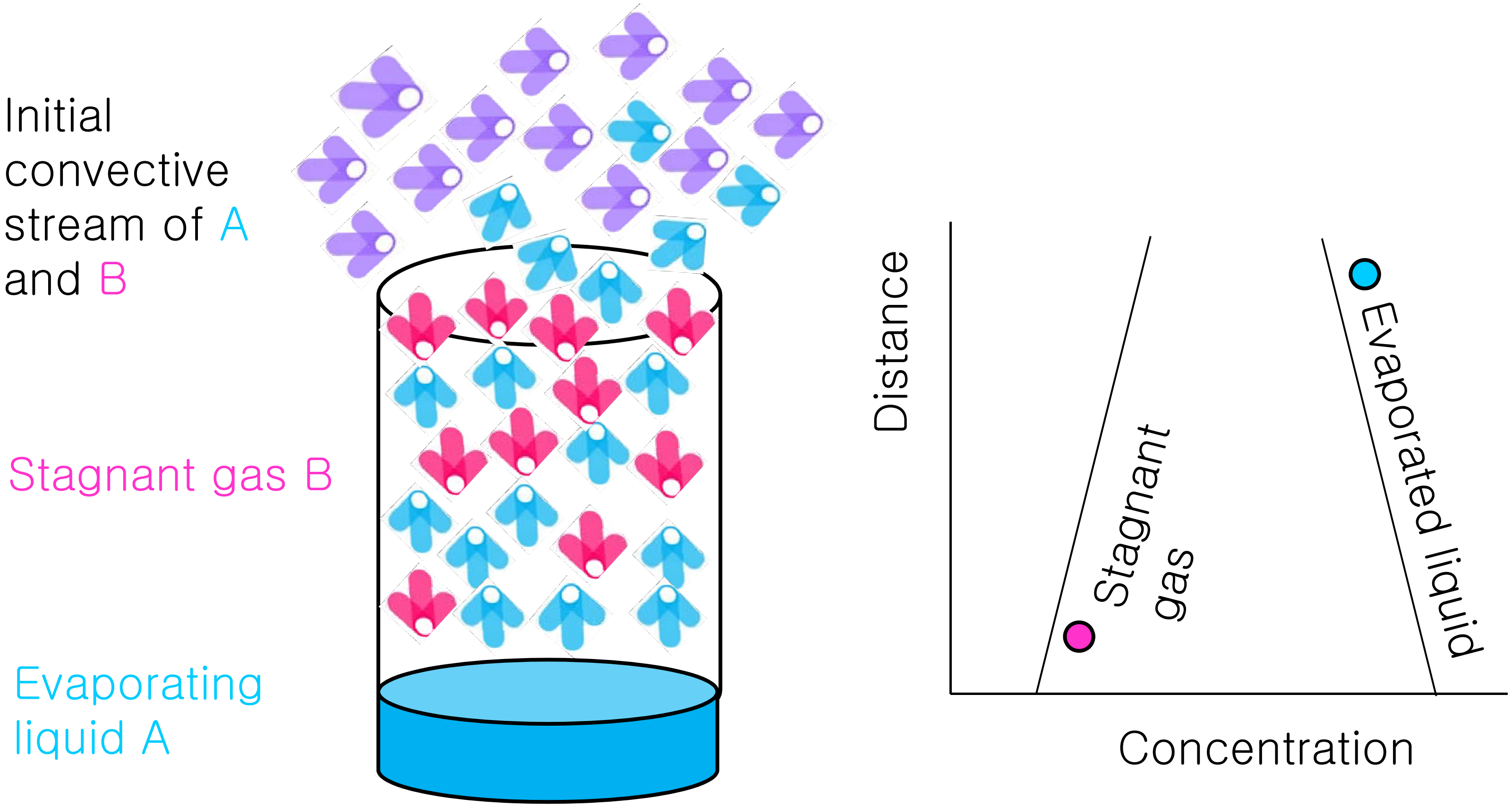


Fig. 8. Schematic of a diffusive and convective process through a stagnant air column resulting from evaporation of a liquid.

4) 정체 기체에서 대류-확산

- 최종 지배 방정식

$$u\frac{\partial c_A}{\partial z} = D_{AB}\frac{\partial^2 c_A}{\partial z^2} \tag{34}$$

- 경계조건

$$\begin{aligned} c_A &= c_{A1} \text{ at z} = z_1 \\ c_A &= c_{A2} \text{ at z} = z_2 \end{aligned} \tag{35}$$

4) 정체 기체에서 대류-확산

$$\frac{d}{dz}\left(-D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial z} + uc_A\right) = 0$$

$$-D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial z} + uc_A = n_A \text{(constant)}$$

$$u = \frac{n_A + n_B}{c_A + c_B} = \frac{n_A}{c} \qquad (36)$$

4) 정체 기체에서 대류-확산

$$-D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial z}+\frac{n_A}{c}c_A=n_A$$

(37)

$$-D_{AB}\frac{\partial c_A}{\partial z}+=n_A\left(1-\frac{c_A}{c}\right)$$

(integration)

$$\downarrow$$

$$\ln\frac{1-c_{A2}/c}{1-c_{A1}/c}=-\frac{n_A}{D_{AB}\cdot c}(z_2-z_1)$$

(38)

$$n_A=\frac{D_{AB}c}{(z_2-z_1)}*\ln\frac{1-c_{A2}/c}{1-c_{A1}/c}$$

4) 정체 기체에서 대류-확산

$$\ln \frac{1 - c_A/c}{1 - c_{A1}/c} = -\frac{n_A}{D_{AB}c}(z - z_1)$$

$$\frac{\ln \frac{1 - c_A/c}{1 - c_{A1}/c}}{\ln \frac{1 - c_{A2}/c}{1 - c_{A1}/c}} = \frac{(z - z_1)}{(z_2 - z_1)}$$

$$\ln \frac{1 - c_A/c}{1 - c_{A1}/c} = \left(\ln \frac{1 - c_{A2}/c}{1 - c_{A1}/c}\right)^{\frac{(z - z_1)}{(z_2 - z_1)}} \quad (39)$$

4) 정체 기체에서 대류-확산

$$c = \frac{P}{RT} \quad \text{and} \quad c_A = \frac{p_A}{RT} \tag{40}$$

$$\ln \frac{1 - p_A/P}{1 - p_{A1}/P} = \left(\ln \frac{1 - p_{A2}/P}{1 - p_{A1}/P} \right)^{\frac{(z - z_1)}{(z_2 - z_1)}}$$

$$n_A = \frac{D_{AB} P}{RT(z_2 - z_1)} \ln \frac{1 - p_{A2}/P}{1 - p_{A1}/P} \tag{41}$$

4) 정체 기체에서 대류-확산

예제 14.4 밀폐된 공간에서의 증발

물이 지면보다 0.3m 아래에 있는 좁은 도랑의 표면에서 증발하고 건조 공기가 지면에 불고 있다. 정상상태에서 m^2의 도랑으로부터 물이 증발하면서 손실되는 비율(g/day)를 계산하라. 물의 온도는 27℃이다.

4) 정체 기체에서 대류-확산

찾아야 할 것: 물이 증발하면서 손실되는 비율

주어진 자료: 물 표면 온도=27℃
정체공기의 깊이=0.3m

추가적인 값: $p_{A1} = 0.036 \times 10^5 N/m^2$

- 가정
  - 도랑에서 물위의 공기 기둥은 정체되어 있다.
  - 등온 과정이다.
  - 전체압력은 1대기압이다.

4) 정체 기체에서 대류-확산

solution

$$n_w = \frac{D_{wa}P}{RT(z_2 - z_1)} \times \ln\frac{1 - p_{A2}/P}{1 - p_{A1}/P} \qquad (41)$$

$$n_w = \frac{(2.538 \times 10^{-5})(1.01325 \times 10^5}{(8.314)(300)(0.3)} * \ln\frac{(1-0)}{(1 - \left(\frac{0.036}{1.01325}\right))} = 1.243 \times \frac{10^{-4} mol}{m^2}$$
$$= 193\ g/m^2 \times day$$

Table 1. Diffusivities of water in air at 1 atm.

Temp. [K]	Diffusivity $[\boldsymbol{D \times 10^4\ m^2/s}]$
200	0.1095
300	0.2538
400	0.4606

5) 표면에서의 대류-확산

- 표면 대류 확산이란?

- 속도 경계층, 농도 경계층
- 두 경계층의 두께 차이 : δ_m VS δ_c
- Schmidt number; Sc

- 물질 전달 계수 (h_m)의 계산
- Sherwood number; Sh

5) 표면에서의 대류-확산

- 표면 대류 확산

  - 유체와 고체 표면 사이의 농도 차에 의해 물질이 이동하는 현상
  - 유체의 흐름에 의한 농도 경계층 형성

5) 표면에서의 대류-확산

- 표면 대류 확산

  - 자연대류 확산 : 온도에 의한 밀도 차

  - 강제대류 확산 : 외력에 의한 유체 흐름

5) 표면에서의 대류-확산

□ 표면 대류 확산 : 경계층 (Boundary Layer)

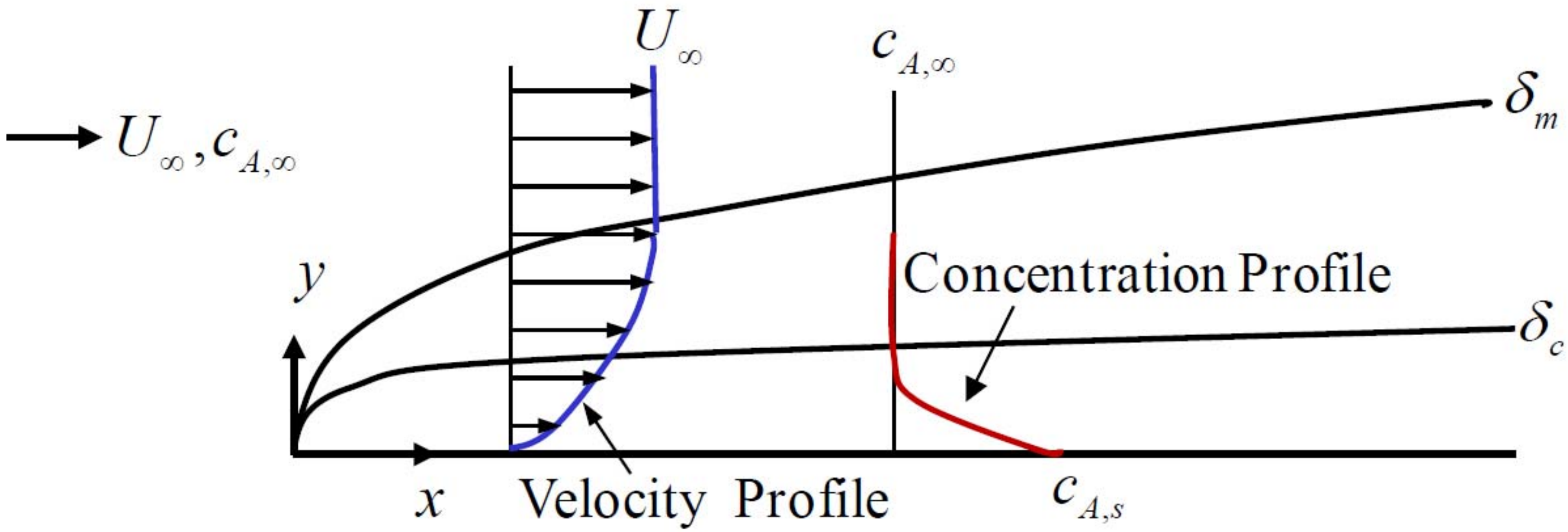


Fig. 9. Schematic showing one example of a concentration profile and mass transfer boundary layer together with velocity and terminal boundary layers.

5) 표면에서의 대류-확산

- 속도 경계층의 두께 (δ_m)

$$\frac{U_{\delta_m} - U_s}{U_\infty - U_s} = 0.99 \qquad (42)$$

- 농도 경계층의 두께 (δ_c)

$$\frac{c_{A,s} - c_{A,\delta_c}}{c_{A,s} - c_{A,\infty}} = 0.99 \qquad (43)$$

5) 표면에서의 대류-확산

- 속도 경계층 VS 농도 경계층

$$\frac{\delta_m}{\delta_c} = Sc^{1/3}$$

$$\therefore \delta_c = \frac{\delta_m}{Sc^{1/3}} \qquad (44)$$

5) 표면에서의 대류-확산

- Schmidt number (Sc)

$$Sc = \frac{Momentum\ diffusivity}{Mass\ diffusivity} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\mu/\rho}{D_{AB}} \tag{45}$$

- D_{AB} : 물질 확산도 ($A \to B$) $[m^2/s]$
- ν : 동점도 (점도/밀도) $[m^2/s]$

5) 표면에서의 대류-확산

- Schmidt number (Sc)

$$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}} = \left(\frac{\delta_m}{\delta_c}\right)^3 \qquad (44)$$

- $Sc > 1, \quad \delta_m > \delta_c$
- $Sc = 1, \quad \delta_m = \delta_c$
- $Sc < 1, \quad \delta_m < \delta_c$

5) 표면에서의 대류-확산

- 물질 전달 계수 (h_m)

$$N_{A_{1-2}} = h_m(c_{A,\,1} - c_{A,\,2}) \qquad (46)$$

- $N_{A_{1-2}}$: 몰 플럭스(질량 플럭스) $[mol/m^2 \cdot s]$
- $c_{A,\,1} - c_{A,\,2}$: 표면, 유체 사이의 농도 차 $[mol/m^3]$
- h_m : 물질 전달 계수 $[m/s]$

5) 표면에서의 대류-확산

- 물질 전달 계수 (h_m)

$$-D_{AB}\left.\frac{\partial c_A}{\partial y}\right|_{y=0,\,fluid} = h_m\left(c_{A,\,s} - c_{A,\,\infty}\right) \qquad (47)$$

(diffusion) (convection)

$$\therefore \quad h_m = \frac{-D_{AB}\left.\frac{\partial c_A}{\partial y}\right|_{y=0,\,fluid}}{c_{A,\,s} - c_{A,\,\infty}} \qquad (48)$$

5) 표면에서의 대류-확산

- 물질 전달 계수 (h_m)

$$h_m = \frac{-D_{AB} \left. \frac{\partial c_A}{\partial y} \right|_{y=0,\, fluid}}{c_{A,\,s} - c_{A,\,\infty}}$$

$$= \frac{D_{AB}}{L} \left. \frac{\partial \left(\frac{c_A - c_{A,\,s}}{c_{A,\infty} - c_{A,\,s}} \right)}{\partial \left(\frac{y}{L} \right)} \right|_{y=0} \quad (49)$$

5) 표면에서의 대류-확산

- 물질 전달 계수 (h_m)

$$h_m = \frac{D_{AB}}{L} \frac{\partial\left(\frac{c_A - c_{A,s}}{c_{A,\infty} - c_{A,s}}\right)}{\partial\left(\frac{y}{L}\right)}\Bigg|_{y=0} = \frac{D_{AB}}{L} \frac{\partial(c_A^*)}{\partial(y^*)}\Bigg|_{y^*=0}$$

$$\therefore \left.\frac{\partial(c_A^*)}{\partial(y^*)}\right|_{y^*=0} = \frac{h_m L}{D_{AB}} \qquad (50)$$

(무차원 농도 구배)

5) 표면에서의 대류-확산

- Sherwood number (Sh)

$$\left.\frac{\partial(c_A^*)}{\partial(y^*)}\right|_{y^*=0} = \frac{h_m L}{D_{AB}} = Sh = \frac{\frac{L}{D_{AB}}}{\frac{1}{h_m}} \tag{51}$$

$$= 0.664\, Re_L^{1/2}\, Sc^{1/3} \quad \text{(강제 대류)} \tag{52}$$

$$= 2.0 + 0.569(Gr_{AB} \cdot Sc)^{1/4} \quad \text{(자연 대류)} \tag{53}$$

5) 표면에서의 대류-확산

- Sherwood number (Sh)

$$\therefore \; h_m = \frac{D_{AB}}{L} \times Sh \qquad (54)$$

표면에서의 대류-확산

예제 14.5 – 미생물의 최대 산소 섭취량

- 지름 1 μm 미생물이 부유하고 있는 수용액이 있다. 미생물의 최대 산소 섭취량을 계산하여라.

(가정)

- 둘러싸고 있는 수용액은 절대 압력 1기압에서 O_2로 포화되어 있다.
- O_2 가 확산되는 것보다 미생물이 O_2 를 섭취하는 것이 훨씬 빠르다고 가정한다.
- 미생물의 밀도는 물의 밀도와 거의 같다.
- $c_{O_2} = 2.26 \times 10^{-4}\ kmol/m^3$ (포화)
- $D_{O_{2,water}} = 3.25 \times 10^{-9}\ m^2/s$

표면에서의 대류-확산

예제 14.5 – 미생물의 최대 산소 섭취량

(풀이) : 표면에서의 자연 대류 확산

- 미생물의 O_2 섭취량 $[mol/m^2 \cdot s]$

$$n_{O_2} = h_m(c_{O_2} - c_{O_2,\,surface}) \tag{46}$$

water (유체)   microbe (표면)

표면에서의 대류-확산

예제 14.5 – 미생물의 최대 산소 섭취량

(풀이) : 표면에서의 자연 대류 확산

$$\frac{h_m L}{D_{AB}} = Sh = 2.0 + 0.569(Gr_{AB} \cdot Sc)^{1/4} \qquad (53)$$

- Grashof number (Gr)

$$Gr = \frac{Buoyancy\ force}{Viscous\ force} = \frac{gL^3\rho\Delta\rho}{\mu^2} \qquad (54)$$

표면에서의 대류-확산

예제 14.5 – 미생물의 최대 산소 섭취량

(풀이) : 표면에서의 자연 대류 확산

$$\Delta\rho = 0 \ \rightarrow Gr = 0$$

$$Sh = 2.0 + 0.569(Gr_{AB} \cdot Sc)^{1/4} = 2.0$$

$$\therefore \ \underline{h_m} = \frac{D_{AB}}{L} \cdot Sc = \frac{3.25 \times 10^{-9}\ [m^2/s]}{1 \times 10^{-6}\ [m]} \times 2.0$$

$$\underline{= 6.5 \times 10^{-3}\ m/s}$$

표면에서의 대류-확산

예제 14.5 – 미생물의 최대 산소 섭취량

(풀이) : 표면에서의 자연 대류 확산

- 미생물의 O_2 섭취량

$$n_{O_2} = h_m(c_{O_2} - c_{O_2,\,surface}) \qquad (46)$$

$$= 6.5 \times 10^{-3}\ [m/s] \times (2.26 \times 10^{-4} - 0)\ [kmol/m^3]$$

$$\therefore \quad \underline{n_{O_2} = 1.47 \times 10^{-6}\ [kmol\ O_2/m^2 \cdot s]}$$

표면에서의 대류-확산

- 무차원수 정리

  - Schmidt number →$Sc = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{\mu/\rho}{D_{AB}}$

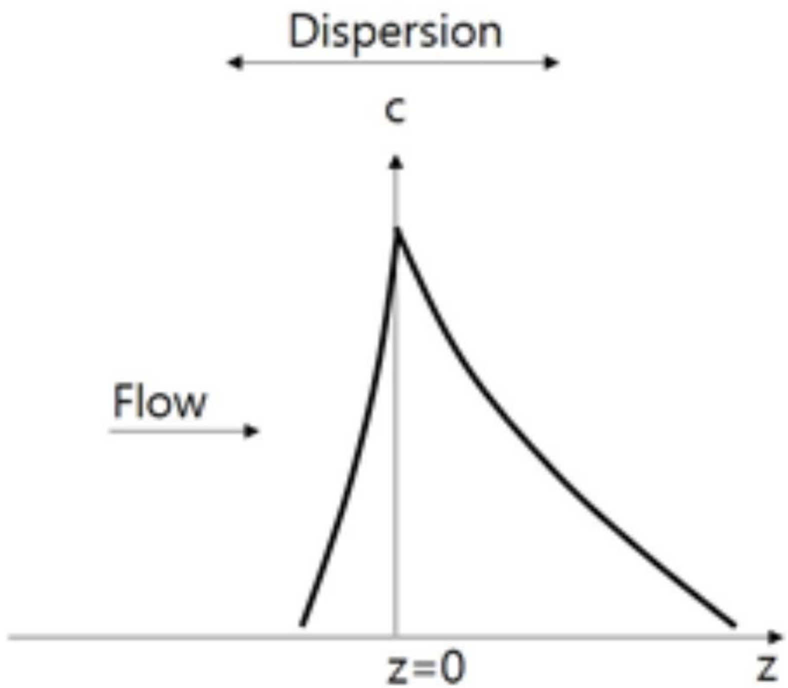
  - Sherwood number → $Sh = \frac{k_m L}{D_{AB}}$

  - Grashof number → $Gr = \frac{g L^3 \rho \Delta\rho}{\mu^2}$

Summary

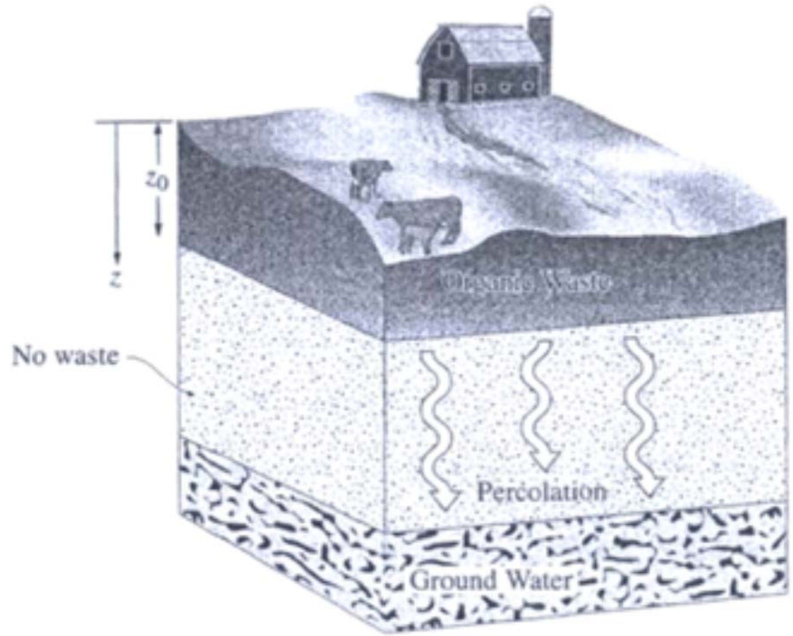
- 1) 무한 유체에서의 대류-분산

  - 일반적인 대류와 분산
  - 대류가 주로 일어나는 경우
  - 분산만 일어나는 경우



Summary

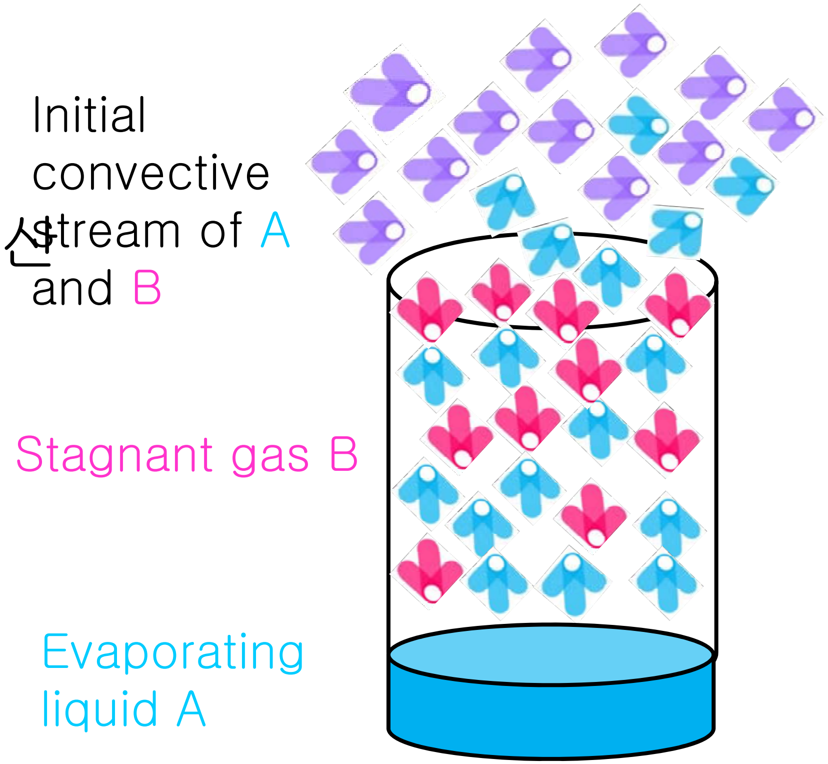
- 2) 다공성 고체에서의 대류-분산
  - 반무한 다공성 고체
  - 다공성 고체, 수착 포함



Summary

□ 3) 정체 기체에서의 대류-확산

- 대류-확산 설명과 예
- 농도 분포와 표면 확산속도 계산



Summary

- 4) 표면에서의 대류-확산
  - 농도 경계층, Schmidt number (Sc)
  - 물질 전달 계수 h_m의 계산, Sherwood number (Sh)