

모지 저다 : 비저사 상태
폴 르 르 : ㅇㅇㅇ



목차

□ 서론

□ 1 지중상수 분석

□ 본론

□ 2 널빤지 구조

□ 3 다차원에 관한 문제

□ 4 반 무한 영역에서의 과도화산

□ 결론

1. 지식상수 분석

1. 물질적다사항으로부터의 지배방정식
2. 지배방정식을 이용한 2가지의 경우
3. 지식상수 분석 경로

1.1 물리적으로서

집중매개변수 (lumped parameter) 방정식

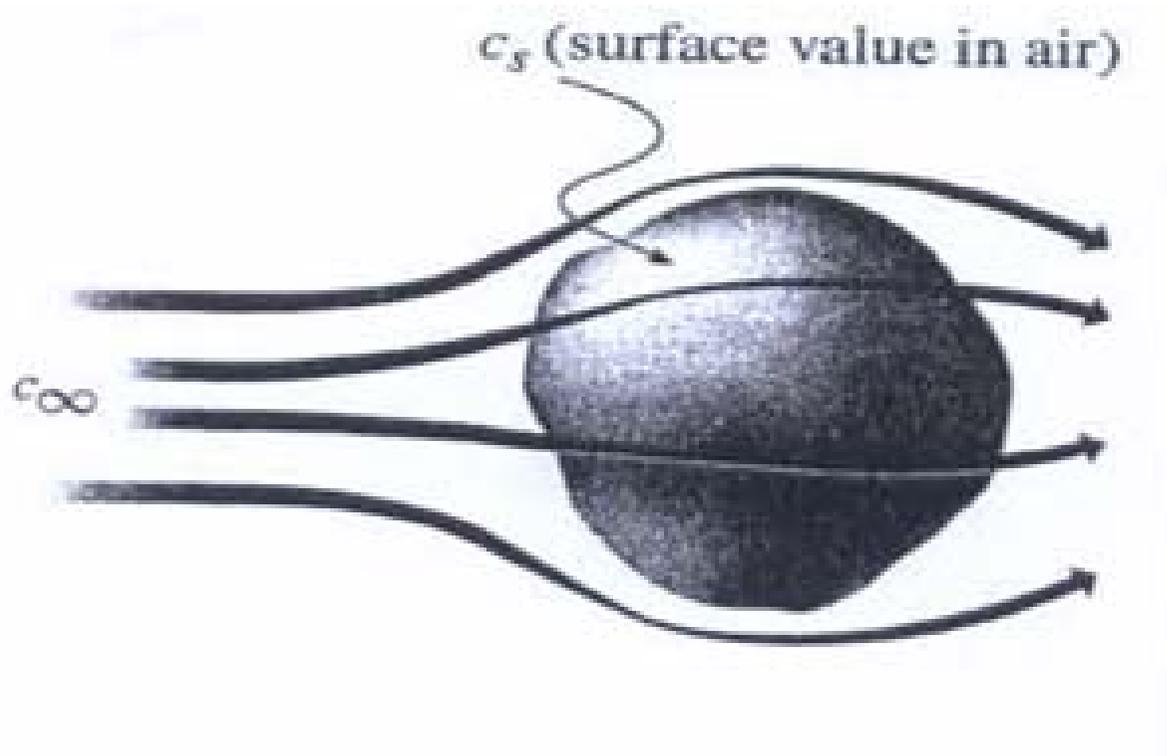


그림 1. 흐르는 고체 위의 공기 흐름

1.2 집중상수 지배방정식 유도

□ 지배방정식

■ $-m_s \Delta \omega$ (가))
 $= h_m A (c_s - c_\infty) \Delta t$ () (13.1)

■ $\frac{\Delta \omega}{\Delta t} = -\frac{h_m A}{m_s} (c_s - c_\infty)$

■ $\frac{d\omega}{dt} = -\frac{h_m A}{m_s} (c_s - c_\infty)$ (13.2)

■ $\omega(t = 0) = \omega_i$ (13.3)

1.3 지배방정식을 이용한 응용 (그림2)

□ 고체표면에서 자유로운 물 (c_s 가 상수)

$$\square \frac{d\omega}{dt} = -\frac{h_m A}{m_s} (c_s - c_\infty) \quad (13.2)$$

$$\square \int_{\omega_i}^{\omega} d\omega = \int_0^t -\frac{h_m A}{m_s} (c_s - c_\infty) dt \quad (13.4)$$

$$\square \omega - \omega_i = -\frac{h_m A}{m_s} (c_s - c_\infty) t \quad (13.5)$$

지배방정식을 이용한 이윤 (2 경우의 비교)

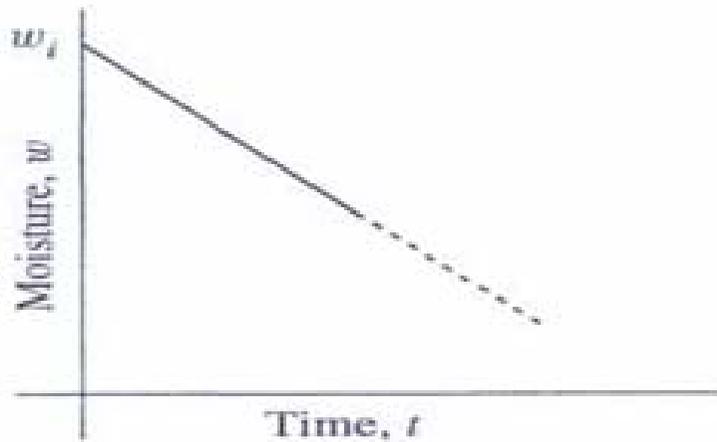


그림 2.

높은 온도에서 높은 습도의 고체가 마르는 시간 동안의 선형적 감소

$$\omega - \omega_i = -\frac{h_m A}{m_s} (c_s - c_\infty) t \quad (13.5)$$

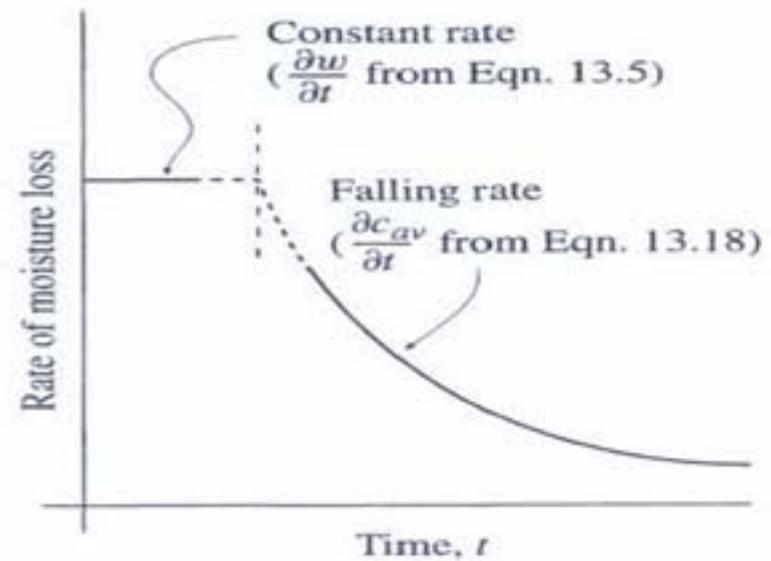


그림 3.

높은 습도를 가진 고체의 건조 초기 속도가 큰 이유는 이적할 수분량이 감소할 경우 건조량은 감소

지배방정식의 이용 (그림 3)

□ 고체표면에서 자유로워진 물질 (c_s 가 상수가 아님)

$$\square \frac{d\omega}{dt} = -\frac{h_m A}{m_s} (c_s - c_\infty) \quad (13.2)$$

$$\square \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left(-\frac{hA}{mc_p} t\right) = \exp\left(-\frac{t}{\frac{1}{\frac{mc_p}{hA}}}\right) \quad (5.5)$$

■ * , 가

여전히 지배방정식은 이용한 경우

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{hA}{mc_p}\theta \quad \rightarrow \quad \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = \int_0^t -\frac{hA}{mc_p} dt$$

$$\ln \frac{\theta}{\theta_i} = -\frac{hA}{mc_p} t \quad \rightarrow \quad \frac{\theta}{\theta_i} = e^{-\frac{hA}{mc_p} t} \quad (5.4)$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left(-\frac{hA}{mc_p} t\right) = \exp\left(-\frac{t}{\frac{1}{\frac{hA}{mc_p}}}\right) \quad (5.5)$$

1.4 집중상수 분석의 결론

$$\square Bi_m = \frac{h_m K^* L}{D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{1/(h_m K^*)} \quad (13.6)$$

■ 물질전달 길이 Biot $\hat{=}$ $Bi_m < 0.1$

■ 5%

■ $\frac{h_m K^* L}{D_{AB}} < 0.1$

집중상수 분석의 경로

□ Ex) 물질저장 계수 $\rightarrow h_m = \frac{0.01m}{s}$,

확산계수 $\rightarrow D_{AB} = \frac{10^{-8}m^2}{s}$

h^* 값 $\rightarrow 0.05$,

너비 $\rightarrow L = 10cm$ 일 경우

집중상수 분석의 결론

$$\square Bi_m = \frac{0.01 \left[\frac{m}{s} \right] \times 0.05 \times 0.1 [m]}{10^{-8} \left[\frac{m^2}{s} \right]} \approx 5 \times 10^3 \quad (13.7)$$

Biot수 ↓ 일때, 외부저항 ↑

Biot수 ↑ 일때, 내부저항 ↓

2 너뻬안지 구조

1. 너뻬안지 구조(내부저항 고려)
2. 시간에 따른 농도변화
3. 위치에 따른 농도변화와 공간 평균
4. 크기에 따른 농도 변화
5. 해로부터 개발한 도표 : Heisler 도표
6. 대류경계조건(내부와 외부저항 고려)

2.1 널빤지 구조 (내부저항 고려)

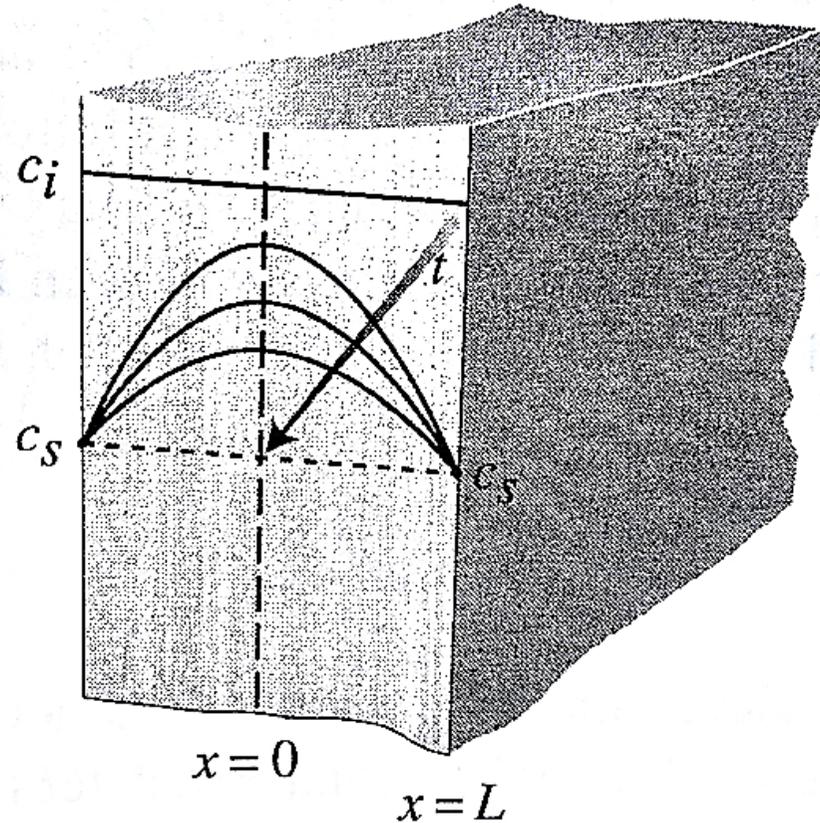


그림 4. 농도가 대칭인 판의 도식

넬뵤뵤지 구조 (넬뵤저항 고려)

□ 지배방정식

$$\square \frac{\partial c_A}{\partial t} + u \frac{\partial c_A}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c_A}{\partial x^2} + r_A \quad (13.8)$$

$$\square \frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (13.9)$$

□ 경계조건

$$\square \left. \frac{\partial c}{\partial t} \right|_{x=0,t} = 0 \quad (\text{넬뵤충구조}) \quad (13.10)$$

$$\square c(x = L, t) = c_s \quad (\text{넬뵤정 표면 농도}) \quad (13.11)$$

널빤지 구조 (내부저항 고려)

□ 초기조건

$$\square c(x, t = 0) = c_i \quad (13.12)$$

□ 지배방정식의 해

$$\square \frac{c - c_s}{c_i - c_s} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4(-1)^n}{(2n+1)\pi} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{2L} e^{-D \left(\frac{(2n+1)\pi}{2L} \right)^2 t}$$

(13.13)

$$\square F_0 = \frac{Dt}{L^2}$$

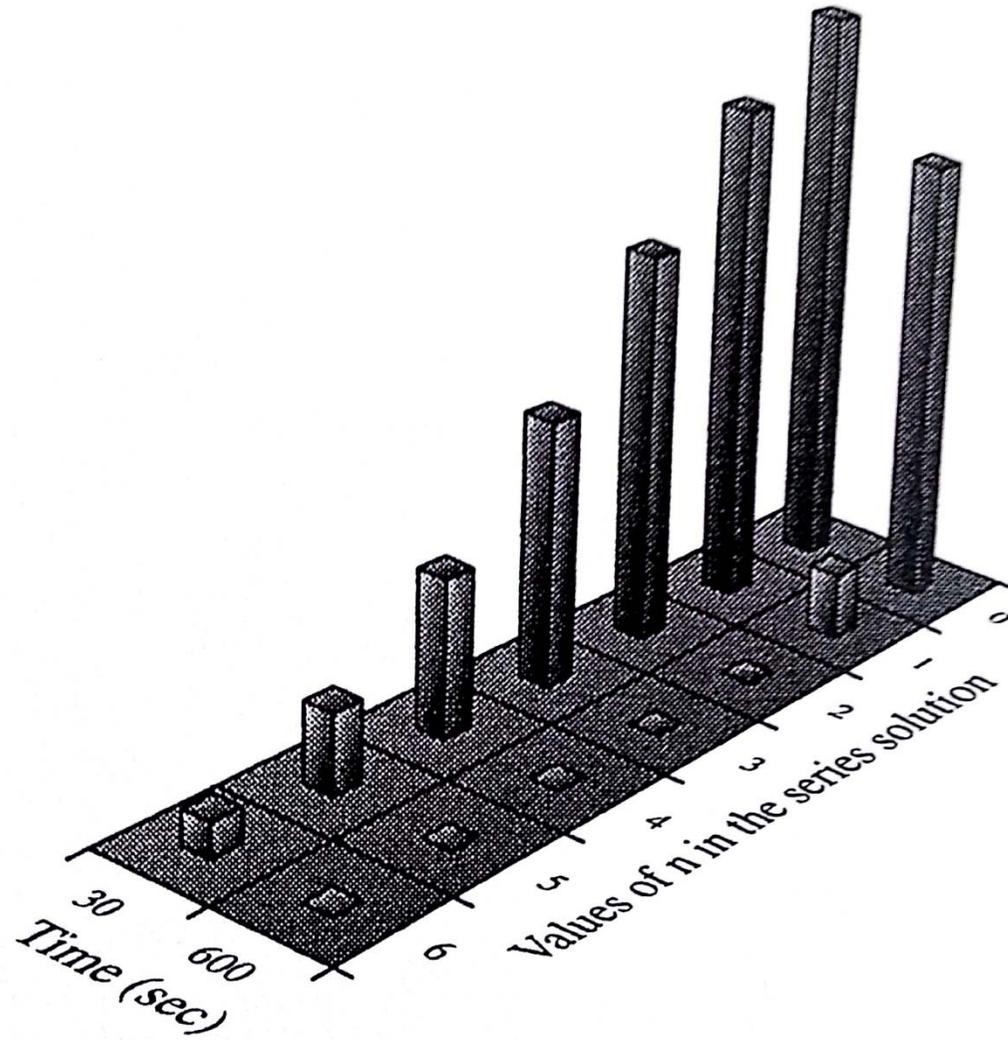


그림 5. 전개식에서 시간에 따른 항의 기여도

2.2 시간에 따른 농도변화

$$\square \frac{c-c_s}{c_i-c_s} = \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi x}{2L} e^{-D \left(\frac{\pi}{2L}\right)^2 t} \quad (13.14)$$

$$\square \ln \frac{c-c_s}{c_i-c_s} = \ln \left(\frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi x}{2L} \right) - D \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 t \quad (13.15)$$

2.3 위치에 따른 농도변화와 공간평균

□ 공간 평균 농도

$$\square c_{av} = \frac{1}{L} \int_0^L c dx \quad (13.16)$$

$$\square \ln \frac{c_{av} - c_s}{c_i - c_s} = \ln \left(\frac{8}{\pi^2} \right) - D \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 t \quad (13.17)$$

$$\square \frac{dc_{av}}{dt} = -\frac{D}{L^2} (c_i - c_s) e^{-D \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 t} \quad (13.18)$$

위치에 따른 농도변화와 공간평균

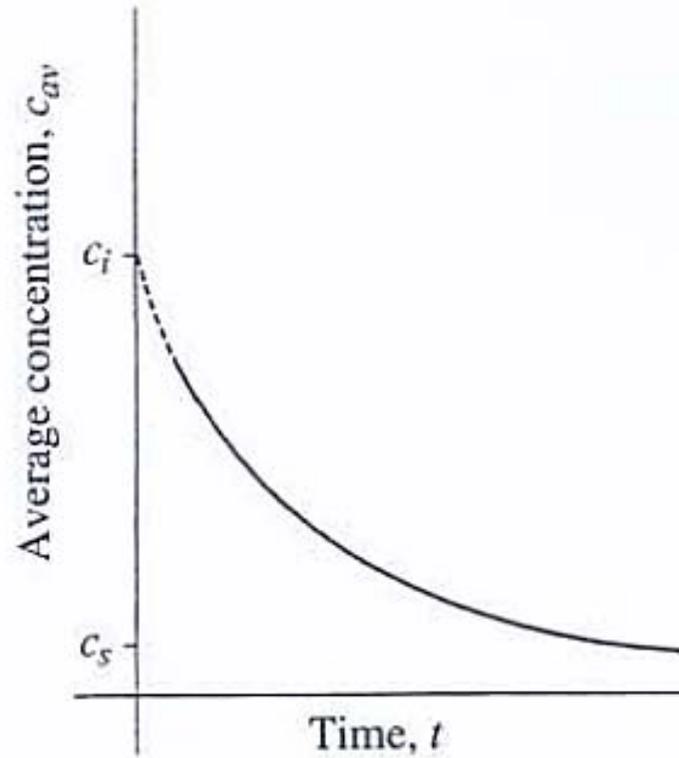


그림 6. (식 13.7)을 보여주는 그래프

2.4 크기에 따른 농도 변화

$$\square \frac{Dt}{L^2} = -\frac{4}{\pi^2} \ln \left[\frac{\pi^2}{8} \left(\frac{c_{av} - c_s}{c_i - c_s} \right) \right] \quad (13.19)$$

$$\square t \propto L^2 \quad (13.20)$$

2.5 해로부터 개발한 도표 : Heisler 도표

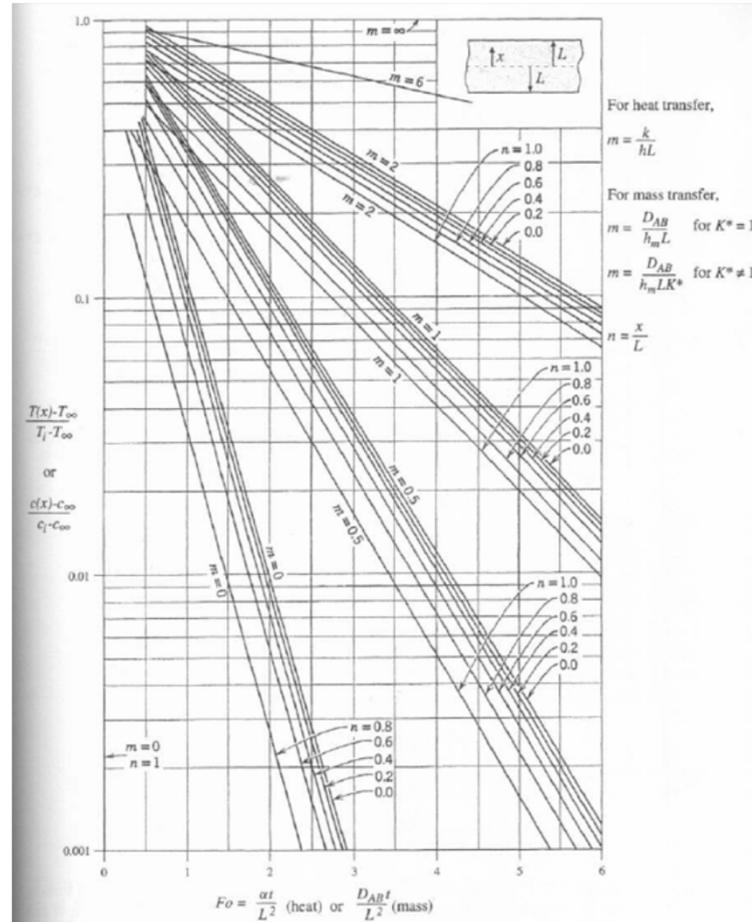
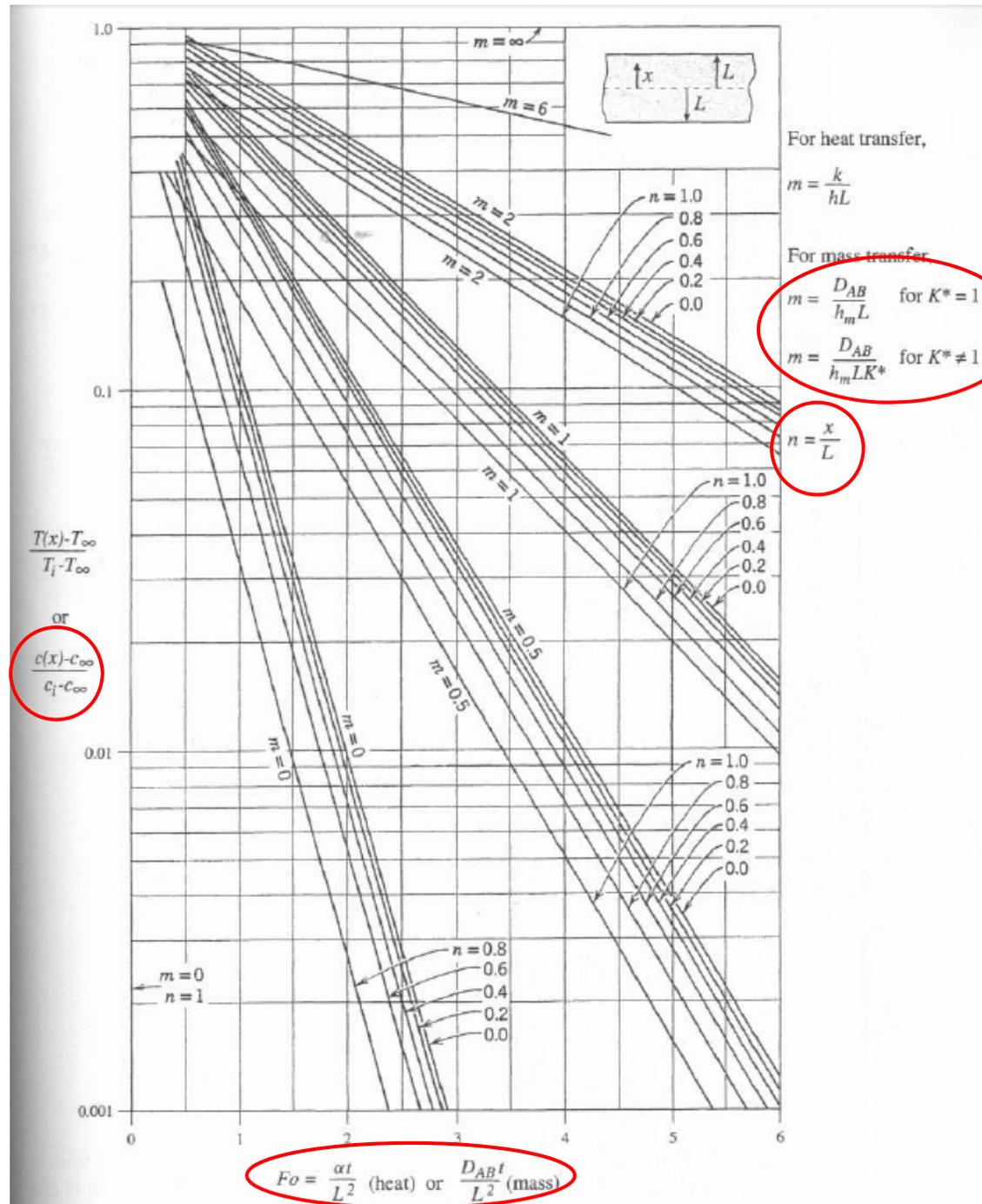


그림 5.6. $\frac{x}{L}$ 너비에서 비정상화산
 온도 분포



2.6 대류경계 조건(내부와 외부저항 고려)

□ 판 표면의 대류 경계 농도

$$\square -D_{AB} \left. \frac{\partial c_A}{\partial n} \right|_{surface} = h_m \left(c_{A,surface}^{fluid} - c_{A,\infty}^{fluid} \right) (13.21)$$

$$\square -k \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = h(T|_{x=0} - T_\infty) (13.22)$$

대류경계 조건 (내부와 외부저항 고려)

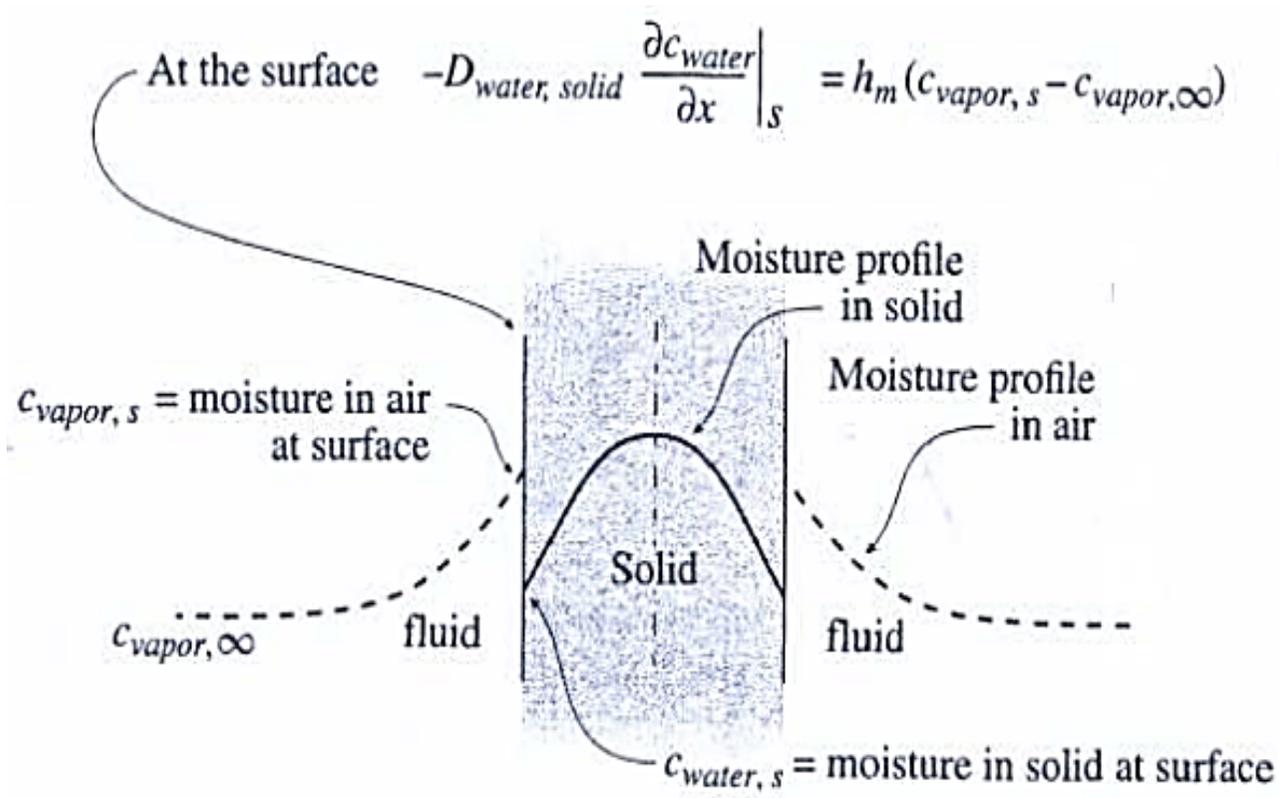


그림 7. 대류경계조건을 고려한 수분 분포

대류경계 조건 (내부와 외부저항 고려)

$$\square \frac{c_A^{fluid}}{c_{A,surface}} = K^* (13.23)$$

$$\square -D_{AB} \left. \frac{\partial c_A}{\partial n} \right|_{surface} = h_m (K^* c_{A,surface} - c_{A,\infty}^{fluid}) (13.24)$$

$$\square -D_{AB} \left. \frac{\partial c_A}{\partial n} \right|_{surface} = h_m K^* (c_{A,surface} - c_{A,\infty}^{fluid} / K^*) (13.25)$$

$$-k \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = h(T|_{x=0} - T_\infty) (13.22)$$

3 유한한 기하형태에서의 과도화산

1. 다차원의 영향을 고려한 화산
2. 기하형태의 과도화산 예시

3.1 다차원의 영향을 고려한 확산

- 2차원과 3차원의 영향을 고려

여저다
라라라

- 지오미터

$$\frac{T_{x,y,z,t} - T_x}{T_i - T_s} = \left[\frac{T_{x,t} - T_s}{T_i - T_s} \right]_{x \text{ slab}}^{\infty} \left[\frac{T_{y,t} - T_s}{T_i - T_s} \right]_{y \text{ slab}}^{\infty} \left[\frac{T_{z,t} - T_s}{T_i - T_s} \right]_{z \text{ slab}}^{\infty}$$

- 실린더

$$\frac{T_{r,z,t} - T_s}{T_i - T_s} = \left[\frac{T_{r,t} - T_s}{T_i - T_s} \right]_{\text{infinite cylinder}} \left[\frac{T_{z,t} - T_s}{T_i - T_s} \right]_{\text{infinite slab}}$$

다차원의 영향을 고려한 확산

- 2차원과 3차원의 영향을 고려

모질저다
물 질 질 질

- 지으며체
기 기 기 기

$$\frac{C_{x,y,z,t} - C_s}{C_i - C_s} = \left[\frac{C_{x,t} - C_s}{C_i - C_s} \right]_{\text{infinite } x \text{ slab}} \left[\frac{C_{y,t} - C_s}{C_i - C_s} \right]_{\text{infinite } y \text{ slab}} \left[\frac{C_{z,t} - C_s}{C_i - C_s} \right]_{\text{infinite } z \text{ slab}}$$

- 실리더
기 기 기 기

$$\frac{C_{r,z,t} - C_s}{C_i - C_s} = \left[\frac{C_{r,t} - C_s}{C_i - C_s} \right]_{\text{infinite cylinder}} \left[\frac{C_{z,t} - C_s}{C_i - C_s} \right]_{\text{infinite slab}}$$

3.2 기하형태의 과도화산 예시

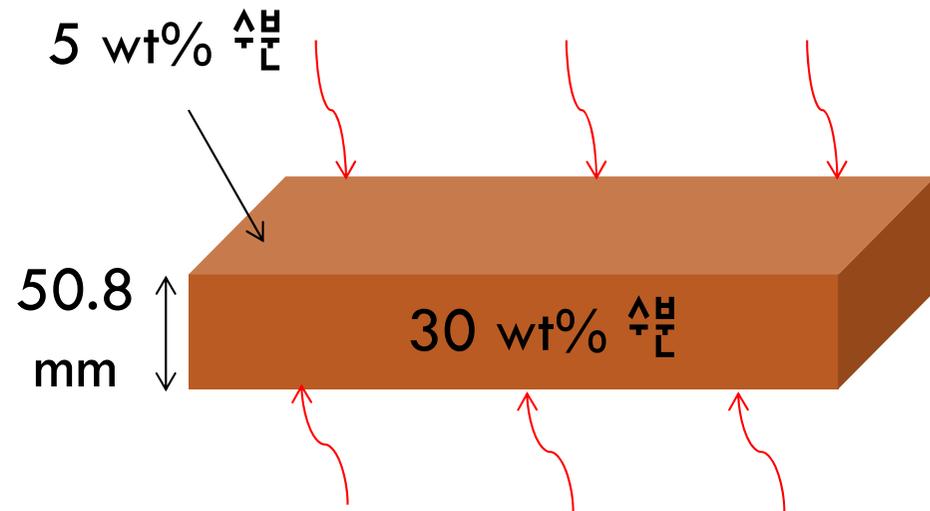
□ 예제 1) 나무슬래브의 건조

두께 50.8 mm

전체 30 wt%의 수분을 함유

나무표면이 5 wt%의 수분을 함유

확산도 $1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$



[그림 13.8] 나무 슬래브

나무 슬래브의 중앙이 10 wt%의 수분을 함유하기 위해 필요한 시간?

기하형태의 과도화산 예시

□ 가정

- 두께는 상대적으로 다른 차원보다 작아 네 면에서의 거조는 무시
- 화산계수는 거조기간 동안 상수로 취급
- 미도는 일정

기하형태의 과도화산 예시

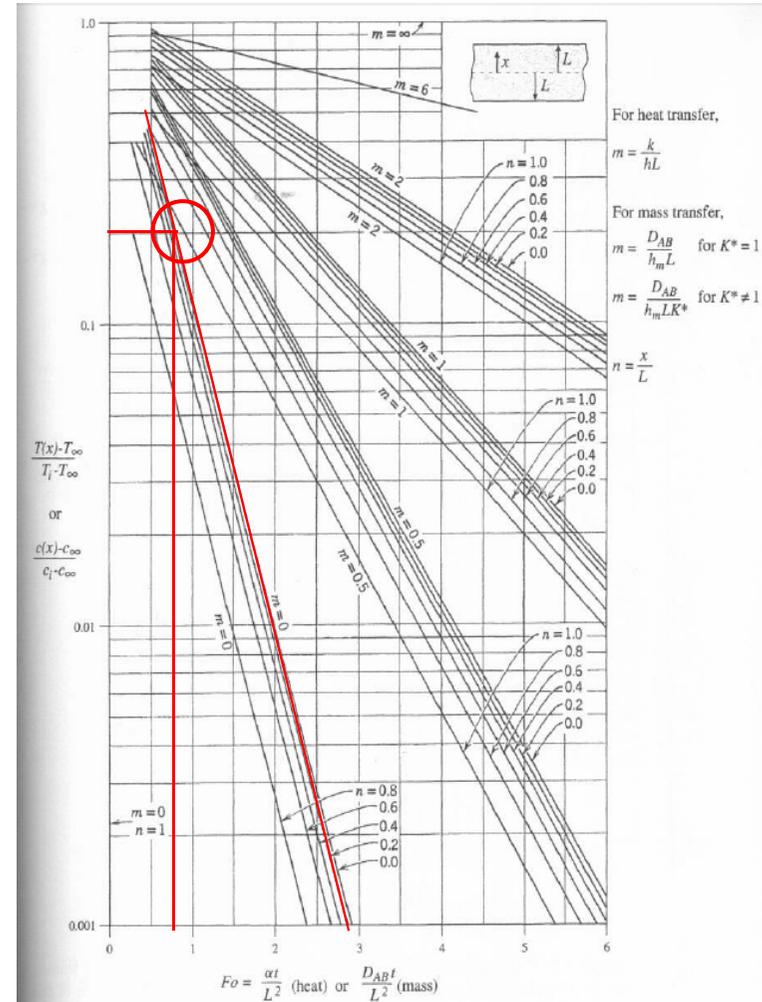
□ 문제해결

$$Y = \frac{c - c_s}{c_i - c_s} = \frac{0.10 - 0.05}{0.3 - 0.05} = 0.2$$

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{25.4} = 0$$

$$m = \frac{D}{h_m x_1} = 0$$

→ **Fo = 0.75**



Heisler chart

기하형태의 과도확산 예시

□ 문제해결

$$F_o = \frac{Dt}{x_1^2}$$

$$0.75 = \frac{1 \times 10^{-9} \text{m}^2/\text{s}}{(0.0257\text{m})^2} t$$

$$t = 483860 \text{s} = 5.6 \text{day}$$

기하형태의 과도확산 예시

□ 예제 2) 지역숙성을 위한 이산화탄소의 확산

- 지름 8cm인 구형의 토마토
- 초기농도 2 vt%
- 토마토 표면의 농도 18 vt%
- 확산도 $D_{eff} = 2.3 \times 10^{-8} m^2/s$

토마토의 중앙에서의 이산화탄소 농도를 15 vt%로 변화시키기 위해 필요한 시간?

기하형태의 과도화산 예시

□ 가정

- 토마토는 완전한 구이다
- 화산도는 중심에서 표면까지의 퍼그가이다
- 껍질의 저항은 무시한다

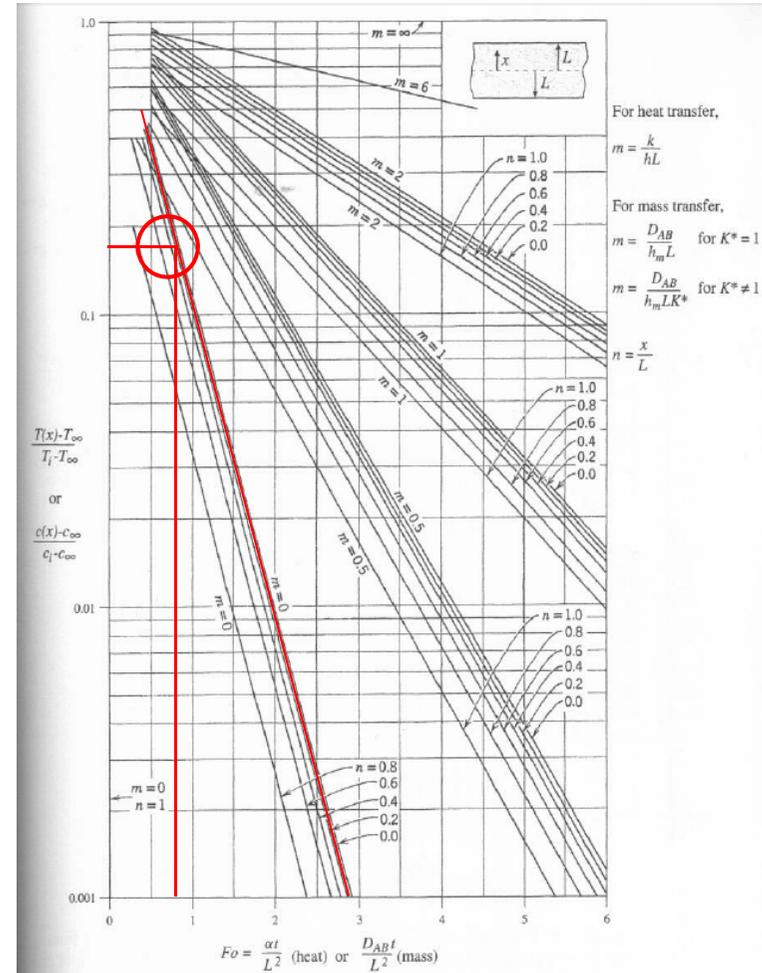


그림 9. 토마토

기하형태의 과도화산 예시

$$n = \frac{x}{x_1} = \frac{0}{0.04} = 0$$

$$m = \frac{D}{h_m x_1} = 0$$



Heisler chart

기하형태의 과도확산 예시

□ 문제해결

$$F_o = \frac{Dt}{x_1^2}$$

$$0.8 = \frac{2.3 \times 10^{-8} \text{ m}^2 / \text{s} \cdot t}{(0.04 \text{ m})^2}$$

$$\begin{aligned} t &= 55652.2 \text{ s} \\ &= 15.5 \text{ day} \end{aligned}$$

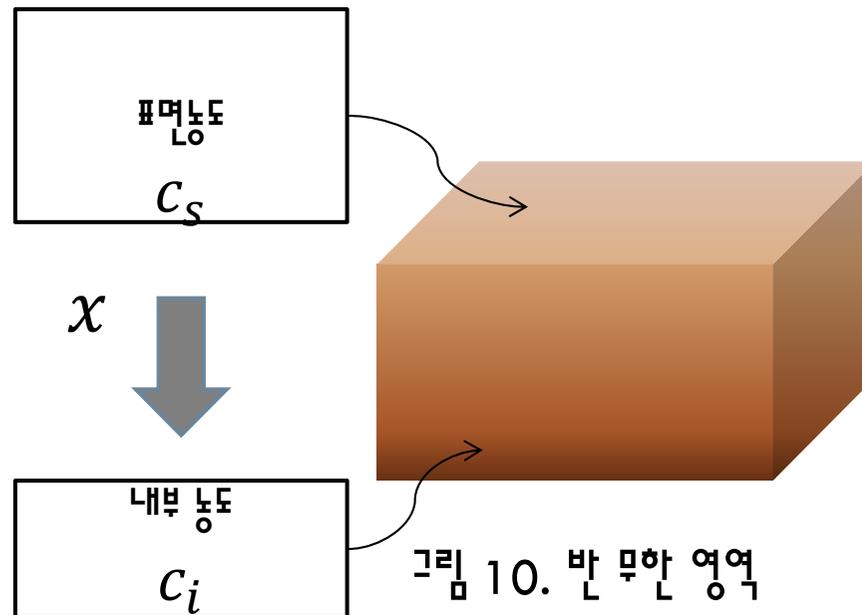
4. 반 무한 영역에서의 과도화산

1. 반 무한 영역이라?
2. 반 무한 영역의 해
3. 반 무한 영역의 예시

4.1 반 무한 영역이란?

□ 반 무한 영역이란?

- 두 방향으로 무한히 뻗어나가면서 나머지 한 방향의 한 면의 정보를 알고 있는 영역



4.2 반 무한 영역의 해

□ 지배방정식

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + r \quad (13.28)$$

~~유이형~~ ~~화학반응~~

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (13.29)$$

반 무한 영역의 해

□ 경계조건

$$1) x=0, c=c_s \quad (13.30)$$

$$2) x=\infty, c = c_i \quad (13.31)$$

□ 초기조건

$$t = 0, c = c_s \quad (13.32)$$

반 무한 영역의 해

□ 지배방정식의 해

$$\frac{c-c_i}{c_s-c_i} = 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right] \quad (13.33)$$

□ 물질 확산 플럭스

$$n_s = -D \frac{dc}{dx}_{x=0} = \sqrt{\frac{D}{\pi t}} (c_s - c_i) \quad (13.34)$$

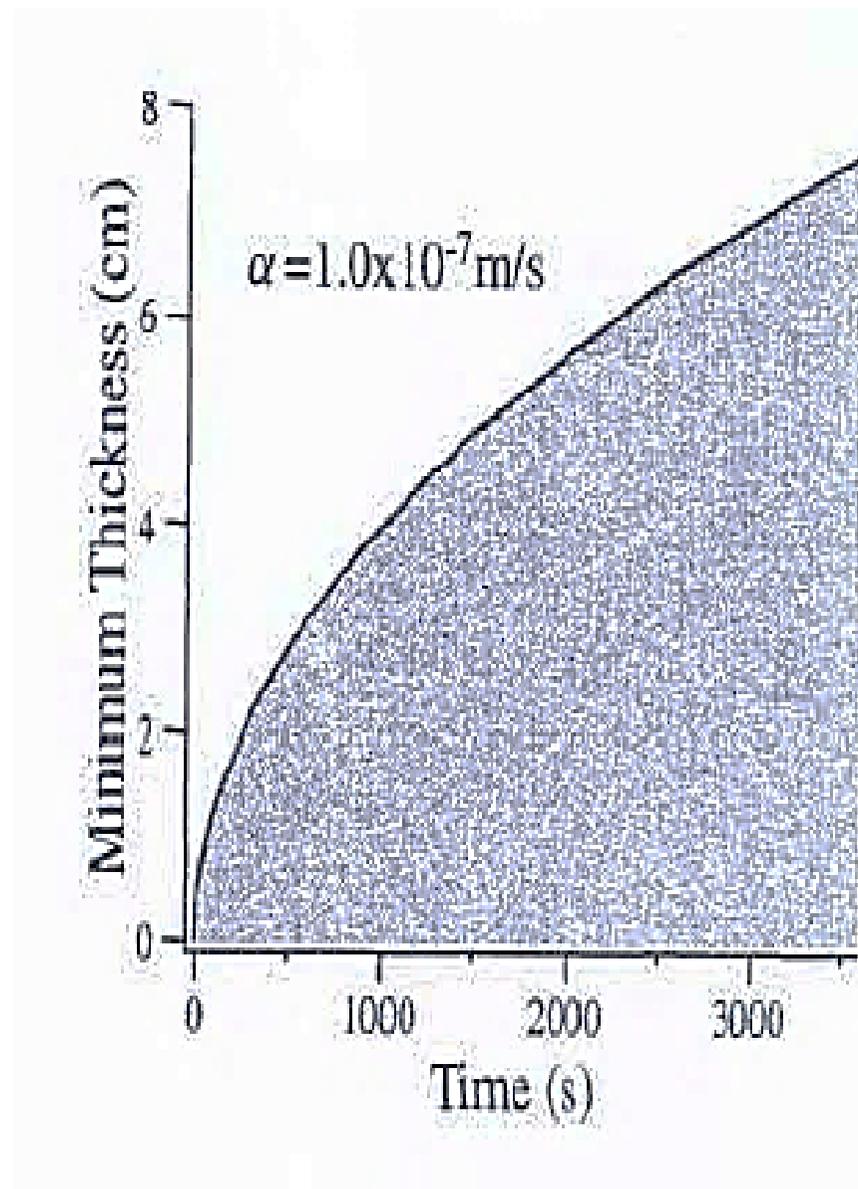


그림 11. 오차함수의 해가 물질 확산에 사용될 수 있는 최소 두께

4.3 반 무한 영역의 예시

□ 예제) 1 저장고에서 박테리아의 성장과 산소의 농도

{ 공기 중의 산소농도 $0.21m^3 \text{ of } O_2/m^3$
길이 $0.15m$
확산도 $1.781 \times 10^{-5}m^2/s$

1 시간 후의 산소의 농도는 ?

반 무한 영역의 예시

□ 문제해결

$$\frac{c - c_i}{c_s - c_i} = 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{c - 0}{0.21 - 0} &= 1 - \operatorname{erf} \left(\frac{0.15\text{m}}{2\sqrt{1.781 \times \frac{10^{-5}\text{m}^2}{\text{s}} \times 3600\text{s}}} \right) \\ &= 1 - \operatorname{erf}(0.296) \end{aligned}$$

반 무한 영역의 예시

□ 문제해결

$$\begin{aligned}
 &= 1 - \text{erf}(\eta) \\
 &= 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} e^{-\eta^2} d\eta \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

$$c = 0.14 m^3 O_2 / m^3$$

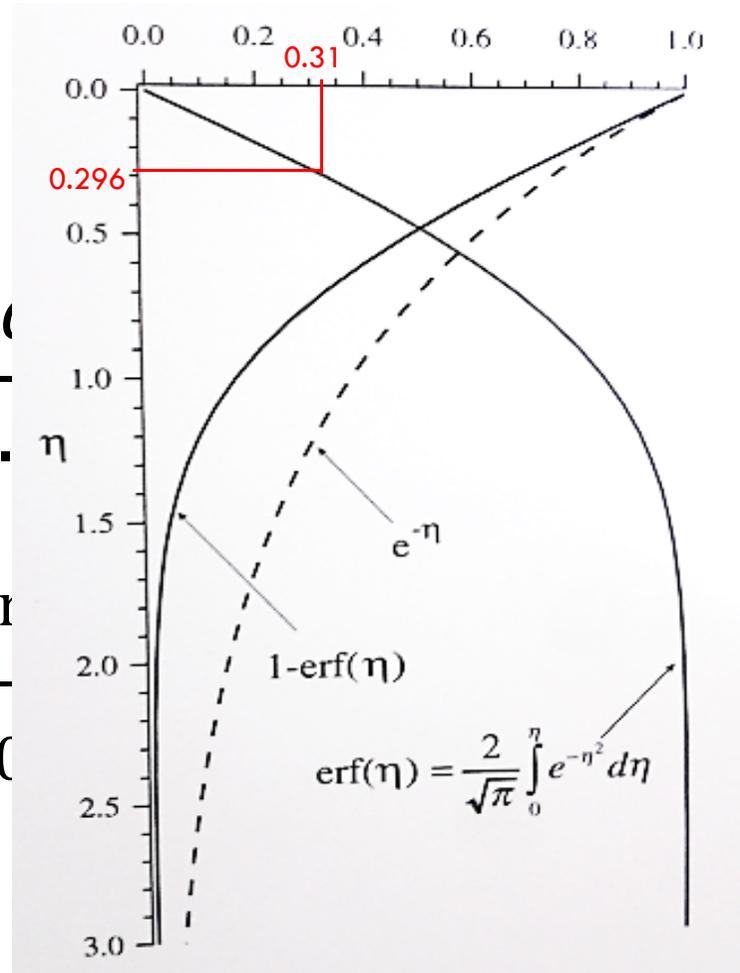


그림 12. 오차함수의 그래프

요약

- 지중상수 분석 - Biot
- 너뽀지 구조 - 농도, 위치, 크기, Heisler 도표, 대류경계조건
- 기하형태의 확산 차원의 영향을 고려하여야 한다
- 반 무한 영역의 해를 통하여 이 영역에서의 확산 변화를 예측해볼 수 있다.