

12

추가 양자수

과학은 자연의 궁극적인 신비를 결코 풀지 못할 것이다. 자연을 탐구하다 보면, 자연의 일부인 자기 자신을 탐구해야 할 때가 반드시 찾아오기 때문이다.

- 막스 플랑크 -

■ 미세구조

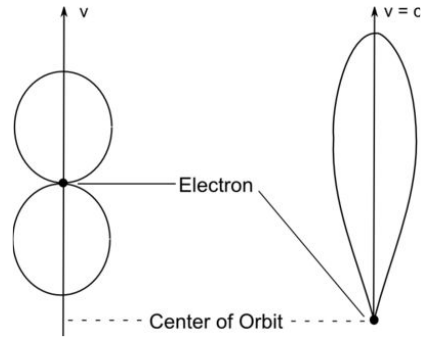
보어 모델을 이용하여 수소 회선이 나타나는 이유를 설명할 수 있었다. 수소 회선 스펙트럼을 자세히 들여다보면, 656.3 nm의 한가지의 선(single energy state)으로 구성되어 있지 않고 사실 매우 근접한 두 개의 선(0.14 nm 떨어짐)의 합으로 되어 있음을 알 수 있다. 즉 몇 개의 선들이 겹쳐서 한 개로 보이는 것 같은 현상이 나타난다. 이를 미세구조(fine structure)라고 하며, 이 개념은 쑤머펠트에 의한 타원 궤도 모델을 통해 논의되었다. 전자의 공전궤도가 원형만이 아닐 것



[회선의 미세구조]

이기에 다른 형상의 공전궤도로 인해 이러한 미세구조가 발생한다고 보았다.

미세구조는 원자가 아주 근접한 에너지준위를 가질 때, 이 준의 그룹에 대응하여 원자의 스펙트럼산에 파장이 근접한 몇 개의 선이 한 무리(gross structure)로 관찰되는 것으로 가벼운 원자, 특히 수소와 헬륨에서 주로 관찰된다. 한 무리의 에너지 준위는 앞서 소개했던 n 이라는



|비상대론적(좌), 상대론적 전자의 synchrotron 패턴

주양자수(principle quantum number $n=1, 2, 3, \dots$)를 말하며, 비상대론적 전자(non-relativistic electron)를 표현한 것이다. 타원궤도의 도입으로 인해 아인

슈타인의 상대성 원리를 적용한 상대론

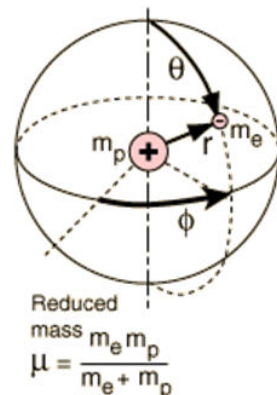
$$a = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{\mu Z e^2}, \quad b = a \frac{n_\theta}{n}, \quad E = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{\mu Z^2 e^4}{2n^2 \hbar^2}$$

적 전자(relativistic

|타원체의 상대론적 해석|

electron)의 개념이 등장하게 되었다. 즉 전자 공전궤도의 비대칭성으로 인한 새로운 양자수가 등장하게 되는 계기가 되었다.

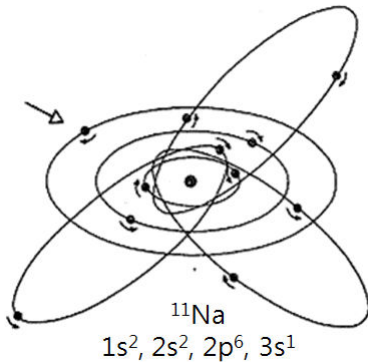
궤도의 비대칭은 원자핵과 전자간의 거리의 차이를 나타내게 되고, 근거리와 원거리에서의 상대적인 인력차이로 인해 느끼는 무게 변화가 발생하게 된다. 이는 해당 궤도에서의 에너지 준위에 영향을 주기 때문에 상대적



|저감질량 상수

인 저감질량(reduced mass, μ)을 고려해야 한다. 여기서 오비탈의 모양이 원형인지 타원형인지는 a/b 의 비로 확인하는데 이 값이 1이면 원형이 된다. 또한 n_θ/n 의 비로도 결정되며, $n_\theta=n$ 이면 원형궤도가 된다.

■ 오비탈 양자수



■보어-솜머펠트 원자 모형

양자조건을 (r, θ) 를 이용한 극좌표계(polar coordination)으로 바꾸면, 원 궤도와 타원 궤도에서의 보어-솜머펠트 양자조건이 차이가 남을 알 수 있다. 즉, 원 궤도는 각도에 따른 운동량(P_θ)의 적분은 $n_\theta h$ 가 되어 양자조건에 일치하지만, 원자핵과의 거리에 따른 운동량(P_r)의 적분은 회전반경이 모든 각도에

걸쳐서 동일하므로 P_r 자체가 0이 된다. 이에 반해타원 궤도는 공전 궤도내에서 각도와 거리가 계속 바뀌므로 두가지 운동량이 모두 존재하고, 회전각에 따른 P_r 이 양자조건을 만족하게 된다. 따라서 원운동에 비해 타원운동에서는 추가적인 양자조건이 등장하게 된다. 이것이 바로 첫 번째 추가양자수인 오비탈/방위 양자수(orbital/azimuthal quantum number, $l=0, 1, 2, \dots$)라고 한다. 주양자수(n)는 궤도의 개수로 $n_\theta+n_r$ 이 되며, 오비탈 양자수(l)는 궤도의 모양으로 $n_\theta-1$ 또는 $n-1$

이 된다. 여기서 참고로 각 전자 궤도의 구분 표시인 s, p, d, f는 sharp, principle, diffusion, fundamental을 나타내며, 그다음 궤도인 g부터는 알파벳 순으로 나간다.

$$\alpha \equiv \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

미세구조 상수

모두 같은 에너지 준위를 갖지만 서로 다른 물리적 상태를 지닐 때, 이를 중첩(degeneracy)이라고 하며 오비탈의 중첩 또는 에너지의 중첩이라고 한다. 원 궤도와 타원 궤도는 온생김새(gross structure)상의 에너지 준위

는 일치하는 것처럼 보이지만, 사실

$$E_n = -\frac{\mu Z^2 e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n} \left(\frac{1}{n_\theta} - \frac{3}{4n} \right) \right]$$

질량과 중첩이 보정된 에너지 준위

실상 서로 다른 물리적 상태를 지니므로 에너지의 중첩이 발생하게 된다. 이를 반영하여 미세구조 상수(α)를 도입하게 되며, 보정된 에너지 준위의 [] 부분이 바로 궤도 모양의 차이를 보정해 주고 있다. 여기서 미세구조 상수는 1/137의 값으로, $1.37^\pi = e$ 라는 재미난 특징을 보인다.

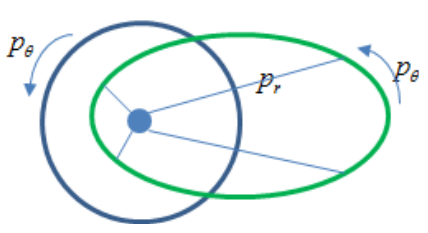
궤도 모양에 따른 양자조건 변화

원 궤도

$$\oint P_\theta d\theta = \int_0^{2\pi} mvr d\theta = 2\pi mvr = nh \quad \oint p_r dr = \oint 0 dr = 0$$

타원 궤도

$$\oint P_\theta d\theta = n_\theta h \rightarrow L = \frac{h}{2\pi} n = nh$$

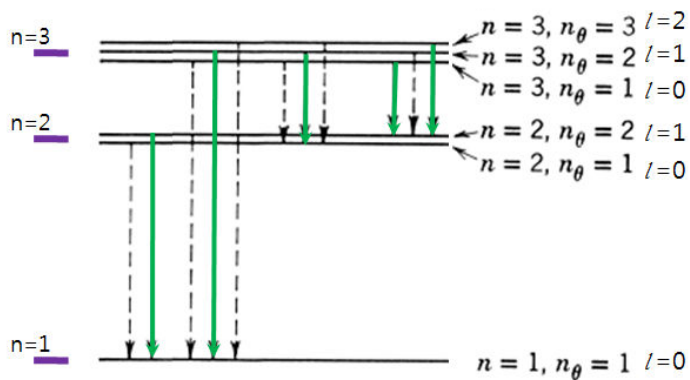
$$\oint p_r dr = n_r h \rightarrow L(a/b-1) = nh$$


미세구조로 인해 분리된 에너지 준위는 첫 번째 여기상태 (excited state, $n=2$)에서 2개, $n=3$ 일 때는 3개의 오비탈 준위가 나타난다. 그렇다면 회전은 모든 오비탈 준위에서 전이할 때마다 나타날 것인가 생각해 봐야 한다. 여기에는 선택규칙(selection rule)이 작용하여, 전이하는 궤도간의 차이가 ± 1 이 되어야 한다. 즉 $n_{\theta i} - n_{\theta f} = \pm 1$ 을 만족시키는 에너지 준위만이 전이를 통한 전자기파를 발생시킬 수 있다. 따라서 n 이 $2 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 1$ 로는 기존과 같이 1개씩의 자외선이 방출되며, $3 \rightarrow 2$ 로는 1개가 아닌 3개의 파장을 지닌 가시광이 발생하게 된다. 따라서 육안으로 관찰시에 3개의 파장이 근접하게 겹쳐 있는 듯한 형상이 나타나게 된다.

■ 제만 효과

전하를 지닌 물체가 반대 전하를 중심체 주변에서 회전을 하게 되면 전자기장이 형성

된다. 또한 외부에서 인가한 전자기장에 의해서도 그 회전체의 특성들이 변하게 될 수 있다. 궤도 전자는 자기장 축 주위를 회전



[전자 전이시 선택규칙]

하면서 전기장을 형성하게 되는 루프(current loop)를 만들게 된다.

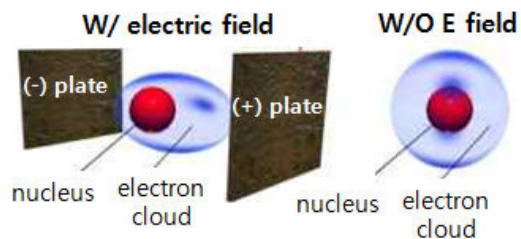
1896년 제만(Pieter Zeeman, 1865-1943)은 나트륨의 황색 불꽃에 강한 자기장을 인가시에 회선 스펙트럼이 더 많은 스펙트럼으로 분리 된다는 것을 관찰하였다. 이는 전기장(E)에 의한 슈타르크 효과(Stark effect)와 유사한, 자기장 효과로 제만효과(Zeeman effect)라고 불린다. 제만이 관찰한 현상에 관한 로렌



[Na 추가회선]

츠(Hendrik Lorentz, 1853-1928)의 고전론적 해석은, 원자 내의 전자의 진동에 의해서 방출된 빛이 자기장에 의한 전자의 진동에 영향을 주는 것으로 생각했다. 양자론에서는 외부 자기장(B)이 없을 때는 전자구름이 대칭을 이루겠지만, 자기장이 존재시에는 핵의 위치 쏠림으로 인해 비대칭 전자구름이 형성된다고 보고 있다. 이로 인해 원자내 각운동량이 자기모멘트(magnetic moment)에 영향을 받게 된다.

궤도 전자에 의한 전류는 회전면적과 곱하여 자기모멘트의 수직성분을 만들 수 있으며, 이를 이용하여 보어 양자조건을 만족시키는 새로운 양자수(m_l)을 만들어 낼 수 있다. 자기장에 의해 에너지 준위가 등간격으로 분리되면 정상 제만 효과(normal Zeeman effect) 이라고 하며, 전자의 스핀(spin)으로 인한 자기장 방향과의 엇갈림 효과로 추가 분리가 일어나는 비정상 제만 효과(anomalous Zeeman effect)로 구분된다. 스핀은 추후에 다루기로 한다.



[제만효과만 유사한 슈타르크 효과]

■ 자기장에 의한 원자내 자기모멘트 발생

Current by orbiting electron

$$\rightarrow I = \frac{dq}{dt} = \frac{qv}{2\pi r} = -\frac{ev}{2\pi r}$$

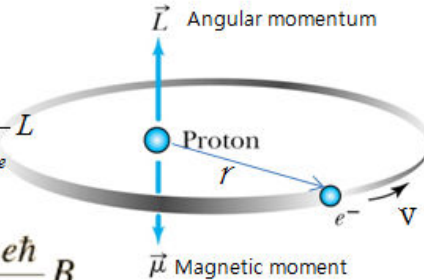
$$\mu = IA = -\frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = -\frac{e}{2m_e} m_e v r = -\frac{e}{2m_e} L$$

For only z-directional magnetic force

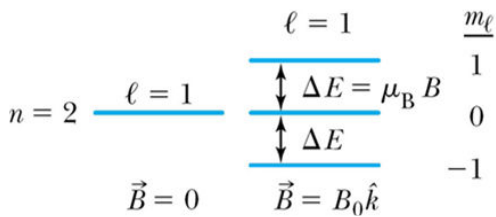
$$\rightarrow U(\theta) = -\mu \cdot B = \frac{e}{2m} L_z B = m_\ell \frac{e\hbar}{2m} B$$

$$\Delta E = m_\ell \frac{e\hbar}{2m} B = m_\ell \mu_B B \quad \mu_B = \text{Bohr magneton}$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.2740154 \times 10^{-24} \text{ J/T} = 5.788382 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$



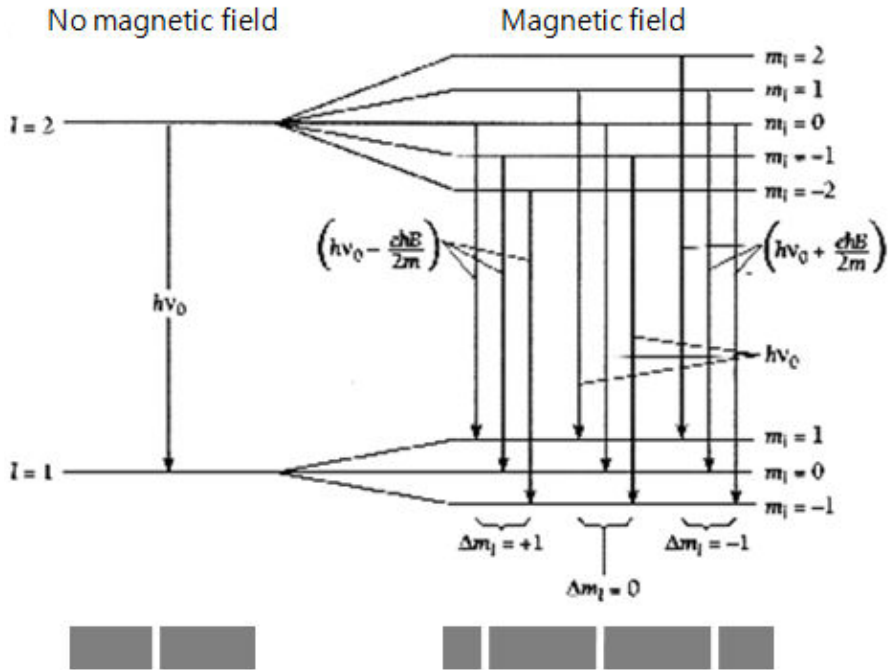
■ 자기 양자수



$|n=2$ 일때의 정상제만에 의한 m 준위 분리

제만 효과로 분리된 또다른 준
가 양자수는 자기 양자수
(magnetic quantum number,
 $m=2l+1$ 개 발생)라고 한다. 정상
제만이므로 자기장에 의해 분
리되면서 나타나는 에너지편차

($\Delta E = \mu_B B$)는 등간격으로 나타난다. 주양자수 $n=1$ 일 때는 오비탈 양
자수(l)이 0이 되므로, 자기 양자수는 $m=1$ 로서 추가적인 회전 분리는

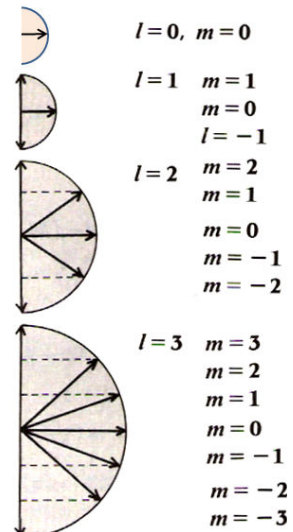


[자기 양자수에 따른 전자전이시 추가 회선 분리 현상]

나타나지 않는다. $n=2$ 이상에서는 홀수개의 회선 분리가 나타난다.

자기 모멘트가 나타나지 않을 때는 궤도 모양에 따른 오비탈 양자수 분리만 발생하지만, 자기장 인가시에는 l 이 $2 \rightarrow 1$ 로 전이시 총 9개의 자기 궤도 전이가 발생한다. 그러나 각각 3개씩 자기 궤도 에너지 편차가 동일하게 되어 3개의 회선으로만 나타난다. 이 또한 선택규칙에 의한 것이라고 할 수 있다.

자기 양자수가 분리되는 것은 전자 궤도의 자기장과의 각운동량 벡터의 각도(tilt)

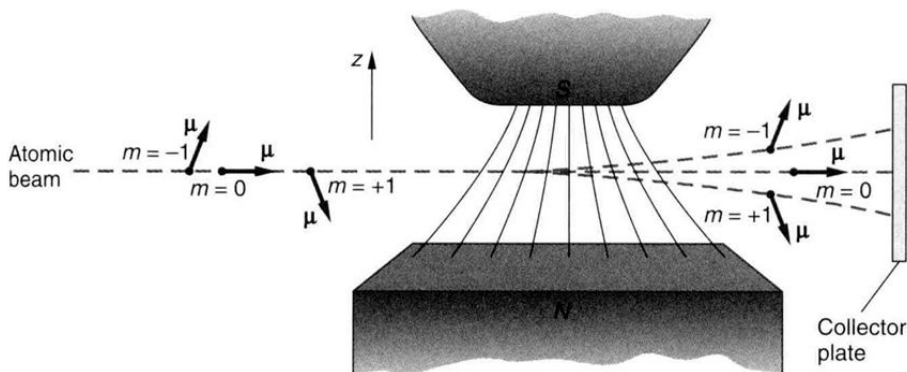


[각운동량 벡터에 따른 자기양자수]

차이에 기인한다고 할 수 있다. 수평방향으로 자기장이 인가된다고 했을 때, 수평으로 각운동량 벡터가 작용하면 $m=0$ 이 되지만, 그 이외에는 고유의 값을 갖게 된다. 즉, 자기양자수는 궤도의 방향 특성을 나타내는 지표라고 할 수 있다.

■ 제만 효과 증명 실험

제만 효과를 실험적으로 증명한 것은, 1922년 슈테른(Otto Stern, 1888-1969)-겔라흐(Walter Gerlach, 1889-1979)에 수행한 자기장내 입자의 휨 현상 실험이다. 이는 추후 비정상 제만 효과의 원인을 규명하기도 한 실험이 되었다. 그들은 비대칭형 자기장(non-uniform magnetic field)를 형성하도록 한쪽 자극을 각지게 만들었다. 자극의 비대칭 모양으로 인해 양극사이의 수직 자기력선 이외의 다양한 자기력선이 형성되었다. 이 사이를 가열로(furnace)로부터 방출되는 열전



슈테른-겔라흐의 제만효과 증명 실험장치

자를 통과시키면 전자는 수평으로 날아가는 것과 상부, 하부로 휘는 점들이 스크린에 전사된다. $m=+1$ 인 전자는 아래쪽으로 휘고, -1 인 경우는 위쪽으로 휘는 결과를 나았다.

고전론에 의하면 한 무리의 점만이 스크린에 맺혔어야 하지만, 자기장에 의해 분리된 점은 상하 두 개가 찍히게 된다. 이로서 정상 제만 효과에 의한 휘선 분리가 증명된다. 더 강한 자기장을 인가 시에는 비정상 제만효과인 전자의 공전 궤도내 자전 방향(스핀 방향)의 효과도 분리해 낼 수 있음을 알게 된다.

■ 등장인물 살펴보기



피터 제만(Pieter Zeeman, 1865-1943)

독일의 물리학자이다. 자기장 하에서 휘선이 여러개로 분리된다는 것을 관찰하고 로렌츠와 함께 해석한 제만효과(학위논문에는 Kerr 효과라고 제출) 발견으로 1902년 노벨 물리학상을 공동으로 수상한다. 로렌츠의 전자기복사 이론과 결합하여 실험을 이론적으로 증명하였다.



헨드릭 로렌츠(Hendrik Lorentz, 1853-1928)

독일의 물리학자이다. 제만효과를 이론적으로 증명하여 제만과 함께 노벨 물리학상을 받았다. 또한 양자역학의 변환공식(transformation)을 유도하기도 하였다. 제만효과에 관한 이론적 증명식은 로렌츠 힘을 이용한 것으로 그의 이름을 따서 로렌츠 공식이라고 불리운다.



오토 슈테른(Otto Stern, 1888-1969)

독일의 물리학자이다. 제만효과를 실험적으로 증명하는 유명한 슈테른-겔라흐 실험으로 1943년 노벨 물리학상을 수상하였다. 이 과정에서 자기 양자수를 증명하였으며, 비정상 제만 효과에 관한 스핀 양자화(spin quantization)에 관한 연구에서도 훌륭한 업적을 남겼다.



월터 겔라흐(Walter Gerlach, 1889-1979)

독일의 물리학자이다. 자기장하에서 공간의 양자화(space quantization)에 관한 공동 발견자로 슈테른-겔라흐 실험으로 유명하다. 2차 세계대전 당시, 강압에 의해 원자폭탄 개발에 관한 연구를 진행해야만 하였다. 슈테른과는 다르게 노벨상을 수상하지는 못했다.

