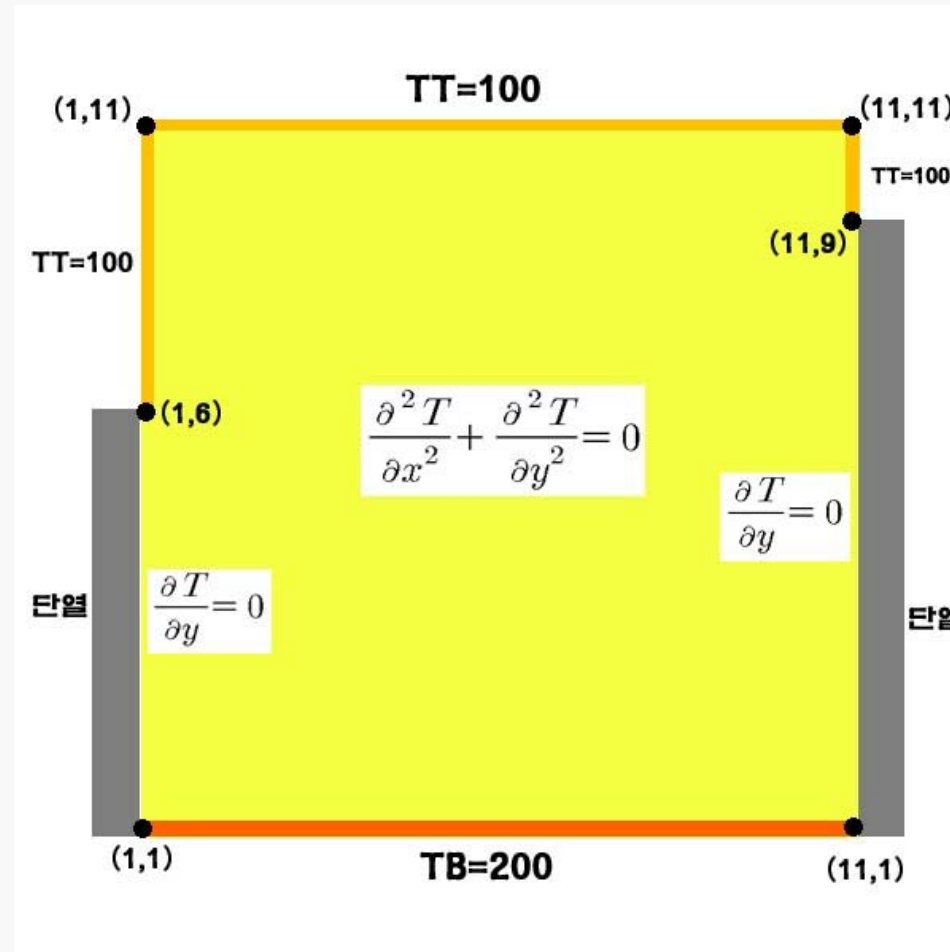




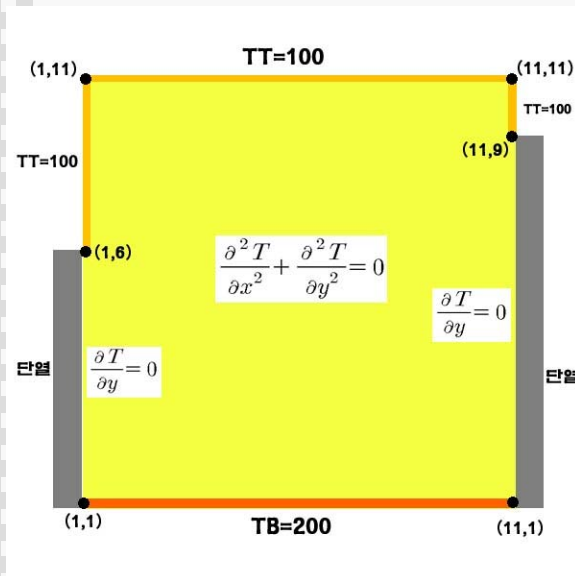
Matlab and Laplace Equation

Laplace equation



Matlab을 이용하여 위 그림의 각 점들(1,1)~(11,11)의 온도를 구하시오.

Laplace equation



*내부 ($2 < i < 10, 2 < j < 10$)

$$T_{i,j} = 1/4(T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1})$$

*왼쪽 ($i=1, 2 \leq j \leq 6$)

$$T_{i,j} = 1/4(2T_{i+1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1})$$

*오른쪽 ($i=11, 2 \leq j \leq 9$)

$$T_{i,j} = 1/4(2T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1})$$

*TT=100인 점

$$[1 \leq i \leq 11, j=11], [i=1, 7 \leq j \leq 10], [i=11, j=10]$$

*TB=200인 점

$$1 \leq i \leq 11, j=1$$

데이터 입력(M-file)

```

t=zeros(11,11);
for i=1:11
    for j=1:11
        if ((i>=1)&(i<=11))&(j==11)
            t(i,j)=100;
        end
        if (i==1)&((j>=7)&(j<=10))
            t(i,j)=100;
        end
        if (i==11)&(j==10)
            t(i,j)=100;
        end
        if ((i>=1)&(i<=11))&(j==1)
            t(i,j)=200;
        end
    end
end
    
```

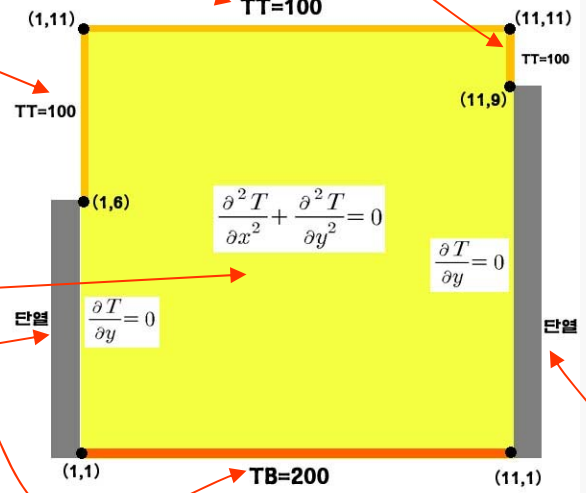
고정된 값들

```

for n=1:250
    for i=1:11
        for j=1:11
            if ((i>=2)&(i<=10))&((j>=2)&(j<=10))
                t(i,j)=1/4*(t(i+1,j)+t(i-1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1));
            end
            if (i==1)&((j>=2)&(j<=6))
                t(i,j)=1/4*(2+t(i+1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1));
            end
            if (i==11)&((j>=2)&(j<=9))
                t(i,j)=1/4*(2+t(i-1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1));
            end
        end
    end
end
    
```

반복실행 횟수

변하는 값들



```

t1=t;
fprintf(' \n')
fprintf('----- 결과 값 ----- \n')
fprintf(' \n')
for j=11:-1:1
    for i=1:11
        fprintf(' %5.2f ',t1(i,j))
    end
    fprintf(' \n')
end
fprintf(' \n')
fprintf('----- \n')
fprintf(' \n')
    
```

결과출력 양식

조건에 맞게 데이터 입력
 -For문장으로 반복실행
 -If문으로 조건부여

데이터 출력(결과값)

----- 결 과 값 -----

100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
100.00	102.46	104.51	106.03	107.09	107.77	108.13	108.14	107.62	105.79	100.00
100.00	105.34	109.54	112.53	114.56	115.85	116.59	116.83	116.53	115.56	114.14
100.00	109.35	115.79	120.01	122.75	124.50	125.56	126.06	126.10	125.79	125.43
100.00	116.26	124.27	128.95	131.92	133.85	135.07	135.75	136.04	136.06	135.99
126.97	131.45	136.06	139.60	142.15	143.92	145.11	145.84	146.24	146.40	146.44
144.99	146.49	148.92	151.25	153.14	154.58	155.60	156.27	156.68	156.88	156.94
159.99	160.61	161.89	163.32	164.61	165.65	166.43	166.98	167.32	167.51	167.57
173.78	174.05	174.72	175.53	176.31	176.98	177.50	177.88	178.12	178.26	178.30
187.00	187.11	187.40	187.77	188.13	188.46	188.72	188.91	189.03	189.11	189.13
200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00

주어진 조건을 250번 반복실행 한 값은 다음과 같다.

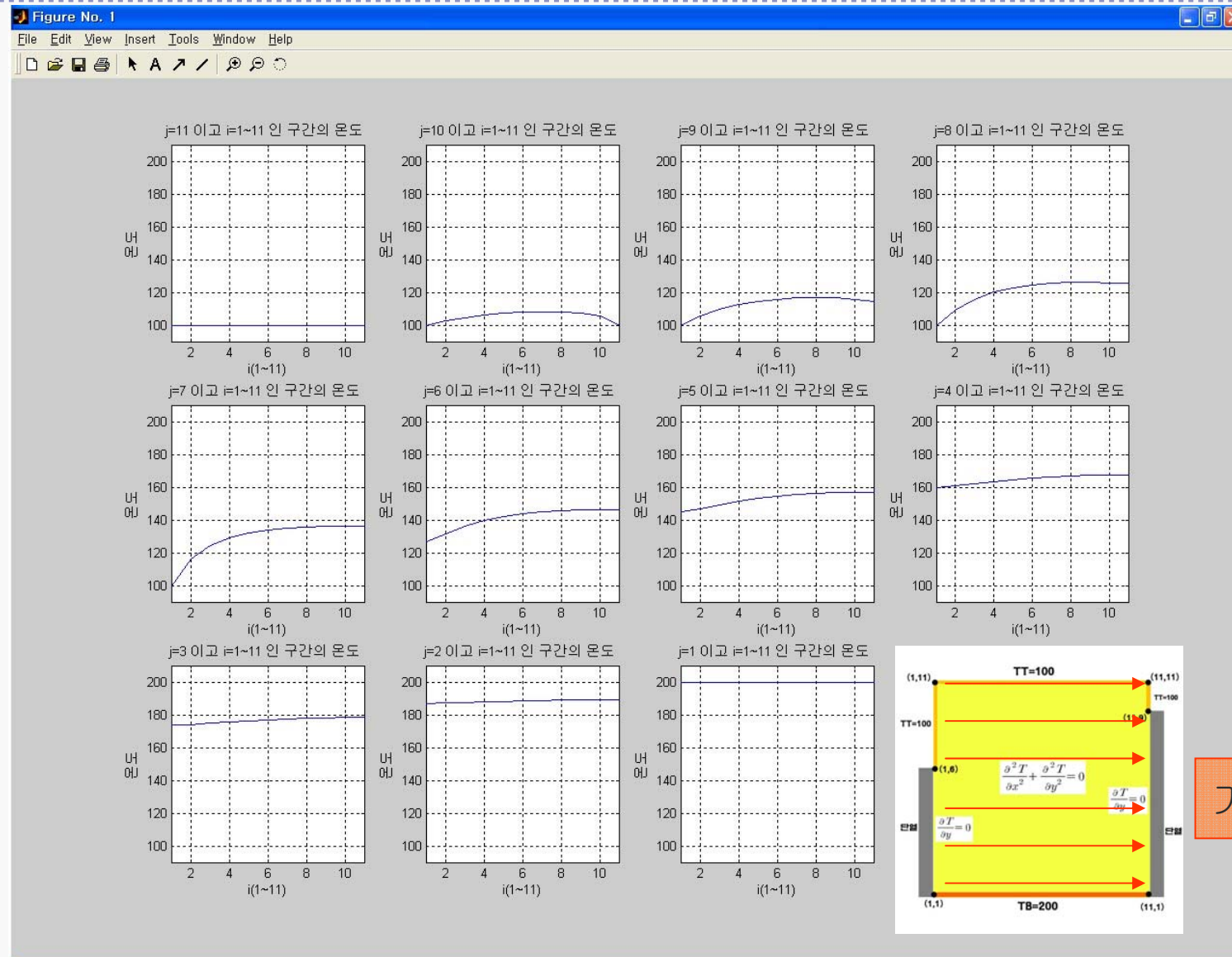
데이터 입력(j고정 그래프)

```
for i=1:11
    data1=t(i,1);data2=t(i,2);data3=t(i,3);data4=t(i,4);data5=t(i,5);data6=t(i,6);data7=t(i,7);
    data8=t(i,8);data9=t(i,9);data10=t(i,10);data11=t(i,11);
    y1(i)=data1;y2(i)=data2;y3(i)=data3;y4(i)=data4;y5(i)=data5;y6(i)=data6;y7(i)=data7;
    y8(i)=data8;y9(i)=data9;y10(i)=data10;y11(i)=data11;
end
x=1:11;
subplot(3,4,1),plot(x,y11),axis([1 11 90 210]),title('j=11 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,2),plot(x,y10),axis([1 11 90 210]),title('j=10 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,3),plot(x,y9),axis([1 11 90 210]),title('j=9 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,4),plot(x,y8),axis([1 11 90 210]),title('j=8 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,5),plot(x,y7),axis([1 11 90 210]),title('j=7 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,6),plot(x,y6),axis([1 11 90 210]),title('j=6 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,7),plot(x,y5),axis([1 11 90 210]),title('j=5 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,8),plot(x,y4),axis([1 11 90 210]),title('j=4 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,9),plot(x,y3),axis([1 11 90 210]),title('j=3 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,10),plot(x,y2),axis([1 11 90 210]),title('j=2 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,11),plot(x,y1),axis([1 11 90 210]),title('j=1 미고 i=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('i(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
```

axis : 그래프범위 지정
axis(x축시작 x축끝 y축시작 y축끝)

결과값을 그래프로 출력하기 위한 m-file
-T(i,j)에서 고정된 j에 대한 i의 변화를 나타내는 그래프

데이터 출력(j고정 그래프)

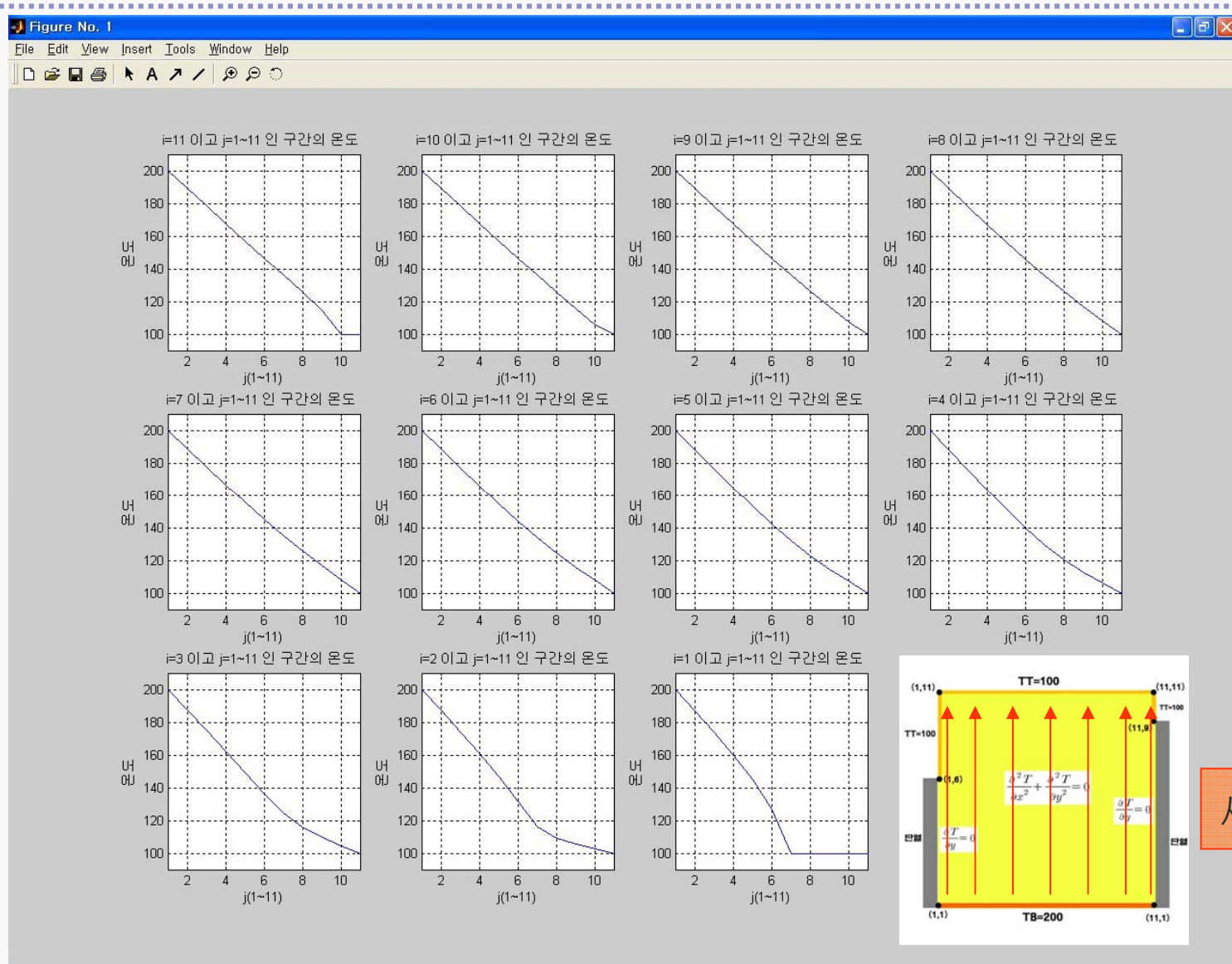


데이터 입력(i고정 그래프)

```
for j=1:11
    data1=t(1,j);data2=t(2,j);data3=t(3,j);data4=t(4,j);data5=t(5,j);data6=t(6,j);data7=t(7,j);
    data8=t(8,j);data9=t(9,j);data10=t(10,j);data11=t(11,j);
    y1(j)=data1;y2(j)=data2;y3(j)=data3;y4(j)=data4;y5(j)=data5;y6(j)=data6;y7(j)=data7;
    y8(j)=data8;y9(j)=data9;y10(j)=data10;y11(j)=data11;
end
x=1:11;
subplot(3,4,1),plot(x,y11),axis([1 11 90 210]),title('i=11 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,2),plot(x,y10),axis([1 11 90 210]),title('i=10 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,3),plot(x,y9),axis([1 11 90 210]),title('i=9 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,4),plot(x,y8),axis([1 11 90 210]),title('i=8 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,5),plot(x,y7),axis([1 11 90 210]),title('i=7 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,6),plot(x,y6),axis([1 11 90 210]),title('i=6 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,7),plot(x,y5),axis([1 11 90 210]),title('i=5 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,8),plot(x,y4),axis([1 11 90 210]),title('i=4 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,9),plot(x,y3),axis([1 11 90 210]),title('i=3 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,10),plot(x,y2),axis([1 11 90 210]),title('i=2 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
subplot(3,4,11),plot(x,y1),axis([1 11 90 210]),title('i=1 미고 j=1~11 인 구간의 온도 '),xlabel('j(1~11)'),ylabel('온도'), grid on;
```

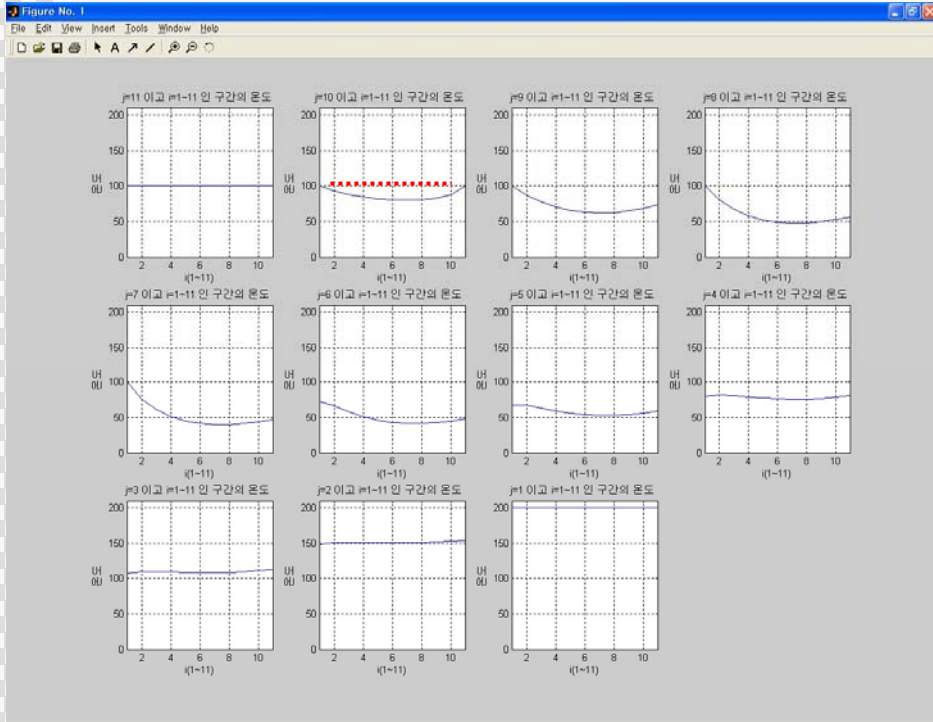
결과값을 그래프로 출력하기 위한 m-file
-T(i,j)에서 고정된 i에 대한 j의 변화를 나타내는 그래프

데이터 출력(i고정 그래프)

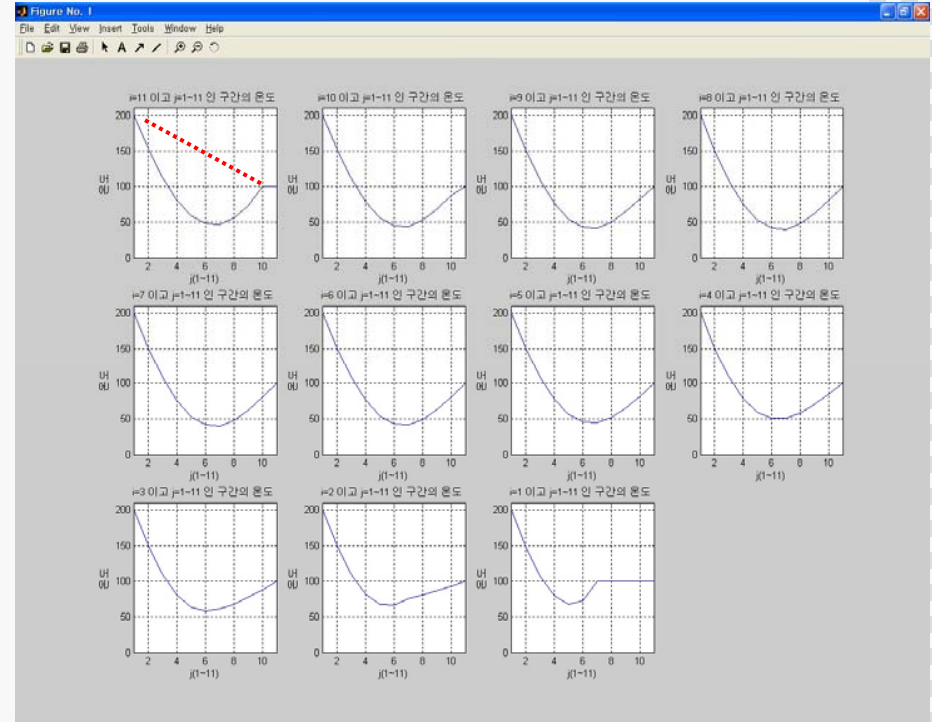


세로방향

조건변화 그래프(n=10)



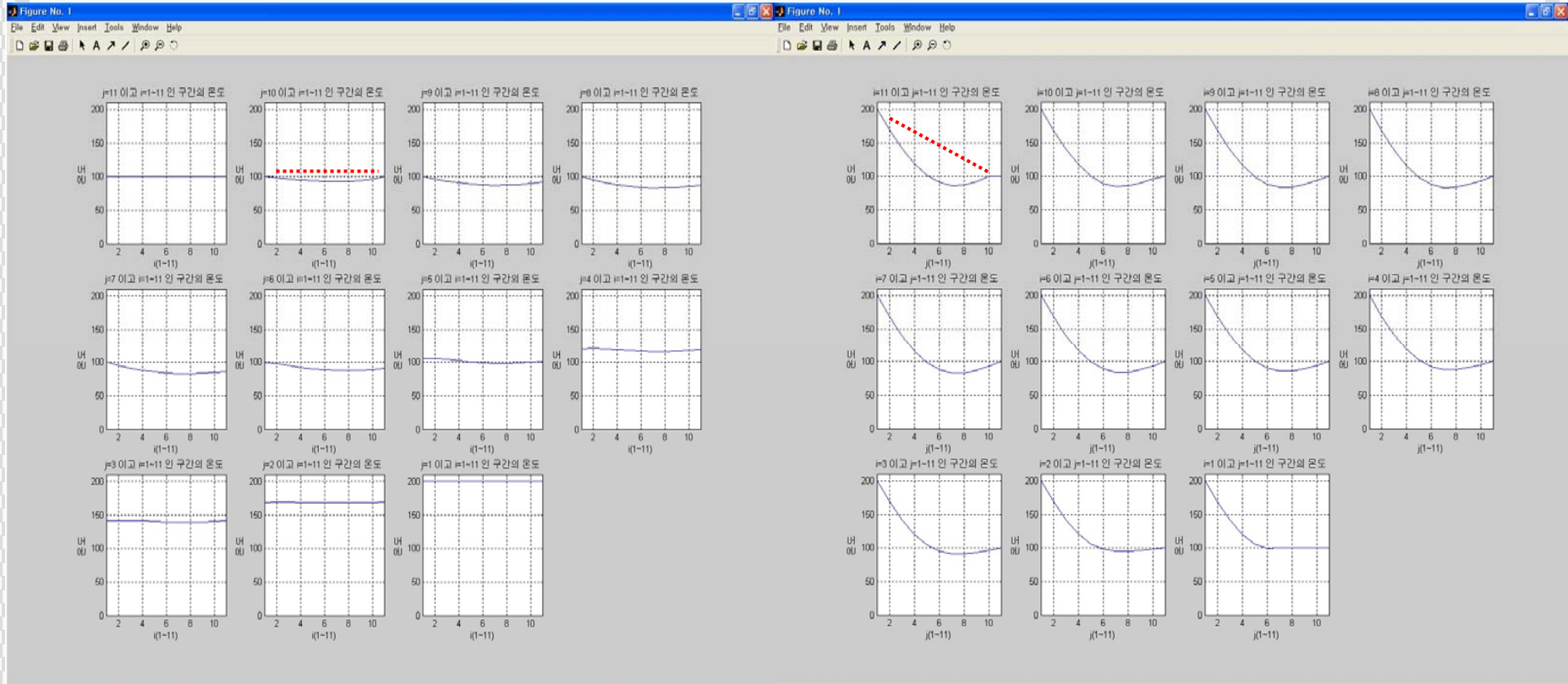
가로방향 그래프



세로방향 그래프

그래프가 처음 값과 나중 값 사이에서는 아래로 떨어지지 않아야 하는데 반복계산 된 횟수가 적어 값이 작기때문에 그래프가 아래로 떨어진다

조건변화 그래프(n=20)



가로방향 그래프

세로방향 그래프

n=10일때 보다는 보다 보정된 그래프를 보인다.

조건변화 결과값(n=500)

----- 결 과 값 -----

100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
100.00	102.46	104.51	106.03	107.09	107.77	108.13	108.14	107.62	105.79	100.00
100.00	105.34	109.54	112.53	114.56	115.85	116.59	116.83	116.53	115.56	114.14
100.00	109.35	115.79	120.01	122.75	124.50	125.56	126.06	126.10	125.79	125.43
100.00	116.26	124.27	128.95	131.92	133.85	135.07	135.75	136.04	136.06	135.99
126.97	131.45	136.06	139.60	142.15	143.92	145.11	145.84	146.24	146.40	146.44
144.99	146.49	148.92	151.25	153.14	154.58	155.60	156.27	156.68	156.88	156.94
159.99	160.61	161.89	163.32	164.61	165.65	166.43	166.98	167.32	167.51	167.57
173.78	174.05	174.72	175.53	176.31	176.98	177.50	177.88	178.12	178.26	178.30
187.00	187.11	187.40	187.77	188.13	188.46	188.72	188.91	189.03	189.11	189.13
200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00

n=500으로 지정. 즉 500번 반복 계산해 주었을 경우
n=250일때와 거의 동일한 데이터 값을 갖는다.
-즉 250번 반복했을 경우도 충분히 정확한 값임

조건 변화 입력 (초기 수치 직접 입력)

```
t=zeros(11,11);
for i=1:11
    for j=1:11
        if ((i>=1)&(i<=11))&(j==11)
            t(i,j)=100;
        end
        if (i==1)&((j>=7)&(j<=10))
            t(i,j)=100;
        end
        if (i==11)&(j==10)
            t(i,j)=100;
        end
        if ((i>=1)&(i<=11))&(j==1)
            t(i,j)=200;
        end
    end
end
t(1,2)=190;t(1,3)=180;t(1,4)=170;t(1,5)=150;t(1,6)=130;
t(11,2)=190;t(11,3)=180;t(11,4)=170;t(11,5)=150;t(11,6)=130;t(11,7)=124;t(11,8)=120;t(11,9)=115;
t(2,2)=190;t(3,2)=190;t(4,2)=190;t(5,2)=190;t(6,2)=190;t(7,2)=190;t(8,2)=190;t(9,2)=190;t(10,2)=190;
t(2,3)=181;t(3,3)=180;t(4,3)=185;t(5,3)=190;t(6,3)=190;t(7,3)=190;t(8,3)=187;t(9,3)=185;t(10,3)=180;
t(2,4)=175;t(3,4)=170;t(4,4)=175;t(5,4)=180;t(6,4)=180;t(7,4)=185;t(8,4)=180;t(9,4)=175;t(10,4)=170;
t(2,5)=155;t(3,5)=150;t(4,5)=150;t(5,5)=150;t(6,5)=150;t(7,5)=160;t(8,5)=155;t(9,5)=155;t(10,5)=150;
t(2,6)=135;t(3,6)=140;t(4,6)=140;t(5,6)=145;t(6,6)=145;t(7,6)=150;t(8,6)=140;t(9,6)=130;t(10,6)=130;
t(2,7)=110;t(3,7)=130;t(4,7)=130;t(5,7)=130;t(6,7)=130;t(7,7)=135;t(8,7)=132;t(9,7)=130;t(10,7)=124;
t(2,8)=110;t(3,8)=120;t(4,8)=122;t(5,8)=125;t(6,8)=125;t(7,8)=130;t(8,8)=125;t(9,8)=125;t(10,8)=120;
t(2,9)=105;t(3,9)=110;t(4,9)=110;t(5,9)=110;t(6,9)=115;t(7,9)=115;t(8,9)=115;t(9,9)=115;t(10,9)=115;
t(2,10)=100;t(3,10)=100;t(4,10)=105;t(5,10)=105;t(6,10)=105;t(7,10)=105;t(8,10)=105;t(9,10)=103;t(10,10)=102;
for n=1:250
    for i=1:11
        for j=1
            t(i,j)=1/4*(t(i+1,j)+t(i-1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1));
        end
        if (i==1)&((j>=2)&(j<=6))
            t(i,j)=1/4*(2*t(i+1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1));
        end
        if (i==11)&((j>=2)&(j<=9))
            t(i,j)=1/4*(2*t(i-1,j)+t(i,j+1)+t(i,j-1));
        end
    end
end
end
```

초기수치를 가정하여 비슷한 값으로 직접입력 해 주었다.

250번 반복

조건변화 결과(초기수치 직접입력)

250번 반복

초기수치 직접입력

100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
100.00	102.46	104.51	106.03	107.09	107.77	108.13	108.14	107.62	105.79	100.00
100.00	105.34	109.54	112.53	114.56	115.85	116.59	116.83	116.53	115.56	114.14
100.00	109.35	115.79	120.00	122.75	124.50	125.55	126.06	126.10	125.79	125.42
100.00	116.26	124.26	128.95	131.92	133.85	135.07	135.75	136.04	136.05	135.99
126.97	131.44	136.06	139.60	142.15	143.92	145.11	145.84	146.24	146.40	146.43
144.98	146.49	148.92	151.24	153.14	154.58	155.60	156.27	156.68	156.88	156.94
159.99	160.61	161.89	163.32	164.60	165.65	166.43	166.97	167.32	167.51	167.56
173.77	174.05	174.72	175.53	176.31	176.98	177.50	177.88	178.12	178.26	178.30
187.00	187.11	187.40	187.76	188.13	188.46	188.72	188.91	189.03	189.10	189.13
200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00

초기값을 직접 입력하고 250번 반복 계산해준 값은
초기값을 입력하지 않고 250번 반복 계산해준 값과
거의 동일하게 나옴

조건변화 결과(초기값 직접입력)

10번 반복

-----초기수치 직접입력-----

100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
100.00	102.52	104.58	106.07	107.04	107.60	107.84	107.76	107.20	105.46	100.00
100.00	105.48	109.74	112.67	114.52	115.57	116.04	116.05	115.62	114.65	113.34
100.00	109.68	116.24	120.37	122.85	124.23	124.86	124.98	124.77	124.36	124.05
100.00	116.96	125.14	129.70	132.33	133.76	134.40	134.56	134.46	134.30	134.27
128.33	132.92	137.53	140.87	142.99	144.17	144.67	144.76	144.67	144.59	144.62
147.19	148.62	150.94	153.01	154.45	155.25	155.53	155.50	155.36	155.26	155.29
162.54	163.03	164.17	165.34	166.21	166.66	166.74	166.60	166.40	166.28	166.28
176.08	176.23	176.77	177.39	177.85	178.06	178.03	177.85	177.64	177.50	177.47
188.41	188.45	188.66	188.93	189.13	189.21	189.15	189.02	188.87	188.77	188.74
200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00

10번밖에 반복을 해주지 않았는데도 정확도가 높게 나옴
-즉, 초기수치의 정확도는 반복계산의 횟수를 줄여줌

조건변화 결과(경계 값 변화)

----- 결 과 값 -----

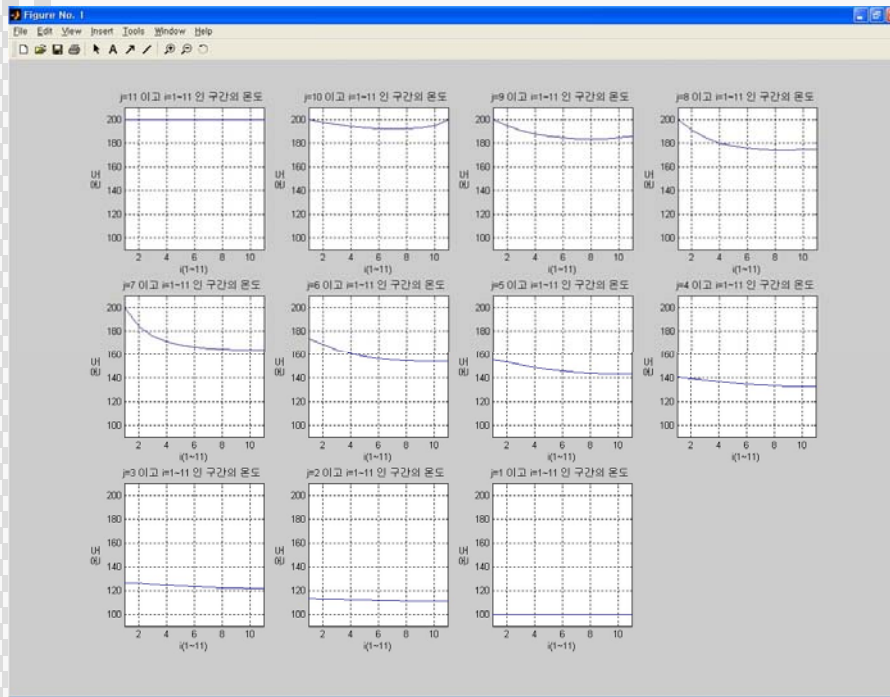
100->200

200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00	200.00
200.00	197.54	195.49	193.97	192.91	192.23	191.87	191.86	192.38	194.21	200.00	
200.00	194.66	190.46	187.47	185.44	184.15	183.41	183.17	183.47	184.44	185.86	
200.00	190.65	184.21	179.99	177.25	175.50	174.44	173.94	173.90	174.21	174.57	
200.00	183.73	175.73	171.05	168.08	166.15	164.93	164.25	163.96	163.94	164.01	
173.03	168.55	163.94	160.40	157.85	156.08	154.89	154.16	153.76	153.60	153.56	
155.01	153.51	151.08	148.75	146.86	145.42	144.40	143.73	143.32	143.12	143.06	
140.01	139.39	138.11	136.68	135.39	134.35	133.57	133.02	132.68	132.49	132.43	
126.22	125.95	125.28	124.47	123.69	123.02	122.50	122.12	121.88	121.74	121.70	
113.00	112.89	112.60	112.23	111.87	111.54	111.28	111.09	110.97	110.89	110.87	
100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	

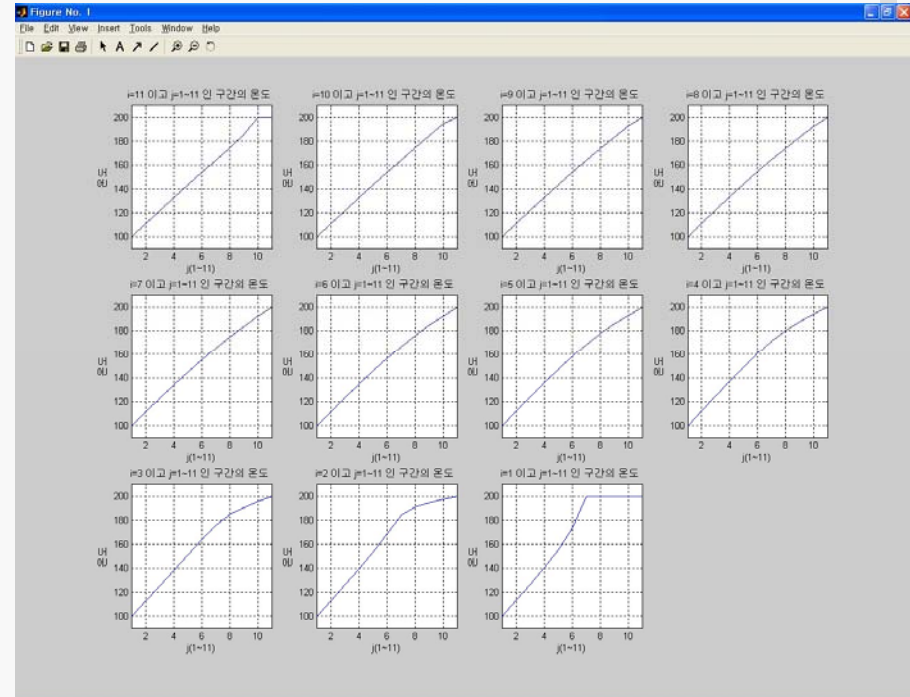
200->100

경계 값을 역으로 입력해 주었을 경우
 데이터 값이 뒤집힌 형태를 띠

조건변화 그래프(경계 값 변화)



가로방향 그래프



세로방향 그래프

그래프가 경계 값을 변화하지 않았을 때와 반대적으로 그려짐

토론 및 검토

- ◆ 한 점의 온도는 그 점을 둘러싸고 있는 점들의 평균값에 영향을 받음.
- ◆ n 값을 크게 해주면 즉, 반복계산의 횟수를 늘려주면 더 정확한 값을 얻을 수 있다.
- ◆ 초기수치를 비교적 정확하게 입력해 주면 반복의 횟수가 적어도 정확한 값을 얻을 수 있다.
- ◆ 경계 값을 변화시켜 주면 내부의 데이터 값들은 그 영향을 받아 변화한다.