

제 4 장

수직 응력

4.1 수직 응력의 성질과 원인

정상 상태하의 단순 면찰 흐름 (1.5절):

$$v_x = \dot{\gamma} y, \quad v_y = v_z = 0 \quad (4.1)$$

비뉴턴 액체의 응력 분포는 다음과 같이 표현

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} = \sigma = \dot{\gamma} \eta(\dot{\gamma}), \quad \sigma_{xz} - \sigma_{yz} = 0 \\ \sigma_{xx} - \sigma_{yy} = N_1(\dot{\gamma}), \quad \sigma_{yy} - \sigma_{zz} = N_2(\dot{\gamma}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

변수 $\sigma, N_1, N_2 \Rightarrow$ 점도측정용(viscometric) 함수

수직 응력 차이 N_1, N_2 (혹은 다음으로 정의되는 수직 응력 계수 Ψ_1, Ψ_2)에 관심

$$N_1 = \dot{\gamma}^2 \Psi_1, \quad N_2 = \dot{\gamma}^2 \Psi_2 \quad (4.3)$$

비뉴턴 비탄성 액체는 정상 상태하의 단순 면찰 흐름에서 수직 응력 효과를 보여줌.

(하지만 어떠한 경우에서도 $N_1=0, N_2 \neq 0$ 인 비뉴턴 액체는 관찰되지 않았음)

수직 응력 차이는 비선형 효과(1.3절을 참고)와 관계가 있음.

선형 점탄성하의 소진폭 진동 면찰 흐름에서는 세 수직 응력 성분은 같은 값을 가짐.

(그 성분들은 등방성 압력인 외기압과 동일)

흐름이 $\dot{\gamma}$ 의 2차 항을 무시할만큼 느리다면 정상 상태하의 수직 응력은 외기압과 동일

면찰 속도가 증가하면 수직 응력 차이는 2차 효과(second-order effects)로 나타남.

$$\begin{aligned} N_1 &= A_2 \dot{\gamma}^2 + O(\dot{\gamma}^4) \\ N_2 &= B_2 \dot{\gamma}^2 + O(\dot{\gamma}^4) \end{aligned} \quad (4.4)$$

여기서 A_2, B_2 : 상수, 수직 응력 차이는 면찰 속도 $\dot{\gamma}$ 의 우함수

동등하지 않는 수직 응력 성분의 발생(0이 아닌 N_1, N_2)

==> 흐름 과정에서 액체의 미시구조가 비등방성이 되는 것에 기인

(예: 묽은 고분자 용액의 변형을 받기 전과 받는 동안의 분자의 외관; 그림 4.1)

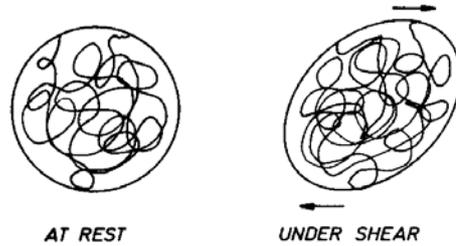


Fig. 4.1 The molecular envelope before and during shear deformation.

정지해 있는 유탁액 ~ 최소 계면 자유 에너지를 유지하기 위해 구형
정지해 있는 고분자계 ~ 엔트로피력은 분자의 형상을 구형이 되게 만듦.

원상태로 회복하려는 힘은 이러한 변형된 미시구조에서 발생
구조가 비등방성이므로 회복력도 비등방적

구형의 단위체는 주축이 흐름 방향으로 기울어져 있는 타원체로 변형
==> 회복력은 두개의 직교 방향(orthogonal direction)보다 이 방향에서 값이 큼.
==> 이 회복력이 식 4.2로 표시된 수직 응력 성분을 낳게 함.

따라서, 세 수직 응력 중 가장 큰 성분은 항상 흐름 방향의 성분인 σ_{xx} 로 관찰됨.
(즉, 성분의 상대적인 크기가 $N_1 \geq 0$, 즉 $\sigma_{xx} \geq \sigma_{yy}$ 를 따름)

4.2 N_1 과 N_2 의 전형적인 거동

N_1 은 면찰 속도 $\dot{\gamma}$ 에 대한 양의 함수일 것으로 추정

탄성 액체에 대한 실험 데이터는 모든 면찰 속도에 대해 양의 N_1 을 보여줌.

고분자 용액과 고분자 용융체에 대한 전형적인 보기(그림 4.2와 4.3)

N_1 은 면찰 속도의 범위에 대하여 멱수 법칙 거동을 가질 수 있으므로,

$$N_1 = A \dot{\gamma}^m \quad (4.5)$$

여기서 A 와 m 은 상수, m 은 $1 < m \leq 2$ 의 범위에 있음.

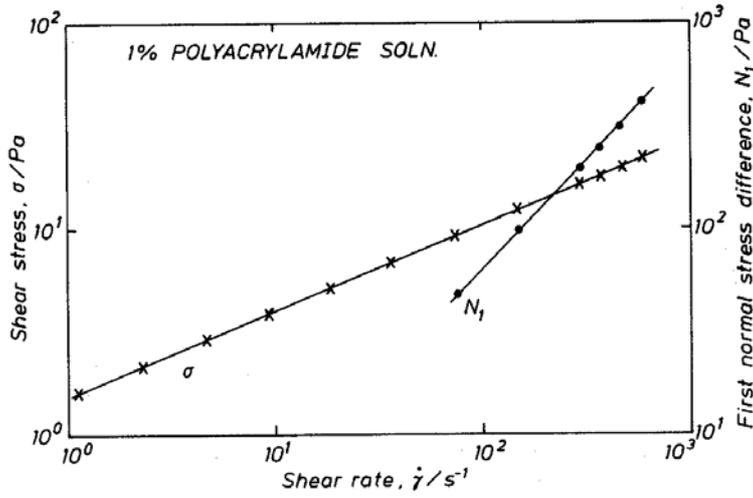


Fig. 4.2 Viscometric data for a 1% aqueous solution of polyacrylamide (E10 grade). 20°C. Note that, over the shear-rate range 10^2 to 10^3 s^{-1} , N_1 is about ten times larger than σ .

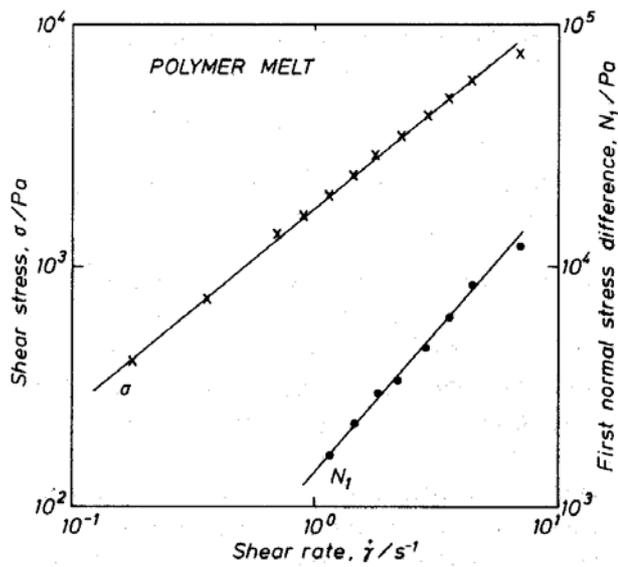


Fig. 4.3 Viscometric data for a polypropylene copolymer. 230°C. Note that, over the shear-rate range 10^0 to 10^1 s^{-1} , N_1 is comparable in magnitude with σ .

σ 에 대한 N_1 의 비 ~ 액체가 얼마나 탄성을 지니고 있는지에 대한 척도
회복가능 면찰(recoverable shear) : $N_1/(2\sigma)$
회복가능 면찰이 0.5보다 큰 경우 ~ '고탄성' 상태

고분자계의 다양한 온도 범위에서 $\ln \sigma$ vs. $\ln N_1$ 그래프의 기울기는 거의 2인 직선
(예: 그림 4.4의 고분자 용액에 대한 거동)

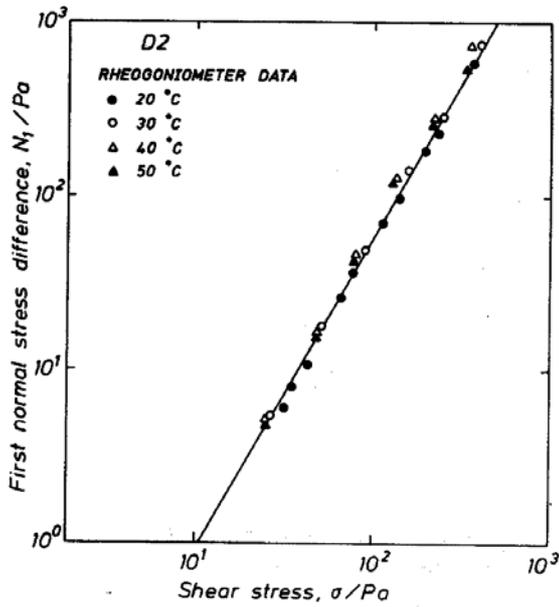


Fig. 4.4 A plot of $\ln N_1$ against $\ln \sigma$ at various temperatures for the polymer solution D2, which is a 10% w/v solution of polyisobutylene (Oppanol B50) in dekalin (cf. Lodge et al. 1987).

일반적으로 제 2 수직 응력 차이 N_2 는 N_1 에 비해 작은 값을 가짐.
(Boger 유체에서 제 2 수직 응력 차이는 거의 0 이라는 것이 밝혀짐)

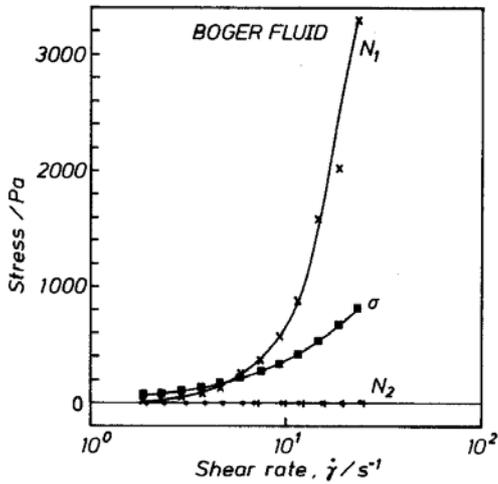


Fig. 4.5 Viscometric data for a Boger fluid: 0.184% polyisobutylene in a mixture of kerosene and polybutene (B.P. Hyvis 30), 25 °C.

수직 응력을 측정할 초창기(1950년경): $N_2=0$ (Weissenberg의 가설)
(1세대 유변물성측정기에 의한 실험으로 이 가설과 상당히 부합하고 있음이 밝혀짐)

고분자 물질계에 대한 몇몇 미시유변학적 모델은 $N_2=0$ (6장을 참고)를 예측함.

$N_1 > 0$, $N_2 = 0$ 라는 사실 ~ 유선에 수직인 면에는 등방성 응력 상태를 가지고 유선 방향으로 추가 장력(extra tension)이 있음을 의미함.

오늘날의 유변물성측정기: 0이 아닌 N_2 의 값 측정하고 $|N_2|/N_1$ 의 비는 보통 ≤ 0.1
(고분자 물질계에 대해 모두 N_2 가 0 이거나 음의 값을 보여줌)

Decalin 속의 polyisobutylene 2% 용액(D1 액체)에 대한 점도측정용 함수(그림 4.6)

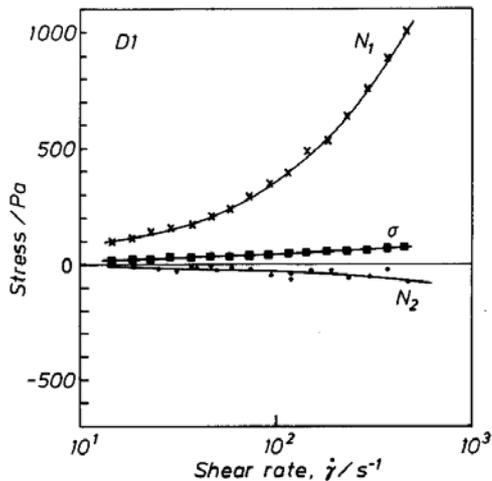


Fig. 4.6 Viscometric data for the polymer solution D1, which is a 2% w/v polyisobutylene (Oppanol B200) solution in dekalin. 25 °C (cf. Alvarez et al. 1985).

수많은 종류의 “익명의 리그식으로 조사하는(round-robin)” 실험으로 재현성 밝힘.

4.3 N_1 과 N_2 로 관찰할 수 있는 결과

수직 응력은 실험적인 흥미로나 상업적 중요성으로나 수많은 효과를 보여줌.

막대오름(rod-climbing) 현상 ~ ‘Weissenberg 효과’로도 불리움.

막대가 탄성 액체가 들어 있는 용기 속에 담겨져 있을 때 발생

뉴턴 액체가 관성에 의해 용기의 가장자리로 쏠림.

탄성 액체는 막대 근처의 자유 표면이 훨씬 높이 올라감(그림 4.7)

막대 주위를 따른 띠 응력(hoop stress)과 같은 수직 응력 σ_{xx} 의 직접적인 결과

이 응력은 액체가 막대를 “감아 죄는(strangle)” 작용을 하게 함.

용기 밑 부분의 역할은 자유 표면이 막대 위를 타고 오르도록 도와주는 작용을 함.

막대의 끝에 원판을 추가시키고 이 원판을 용기 밑 부분에 가깝게 배치

==> N_1 , N_2 를 측정하는 간단한 장치 구성 가능

(제 1 수직 응력 차이에 의해 생긴 되감김 현상은 용기의 밑 부분과 원판을 떨어지도록 하는 작용을 함 --> 이 힘을 측정하면 수직 응력에 대한 정보를 얻을 수 있음)

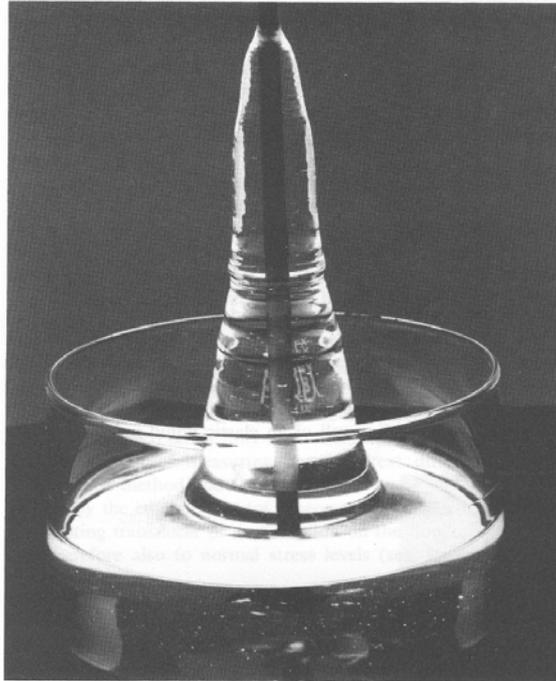


Fig. 4.7 The Weissenberg effect shown by a solution of polyisobutylene (Oppanol B200) in polybutene (B.P. Hyvis 07). Reproduced by permission of Shell Research Ltd.

막대를 양쪽 끝이 뚫어진 관으로 바꾸어 원판에 위치

==> Weissenberg 효과에 의해 탄성 액체를 관속을 따라 흐름(그림 4.8)

용기 속에 액체가 충분히 있다면 흐름은 수직력이 중력과 균형을 이룰 때까지 계속

==> “수직력 펌프”의 원리

(고탄성 액체의 수송에 적용 가능)

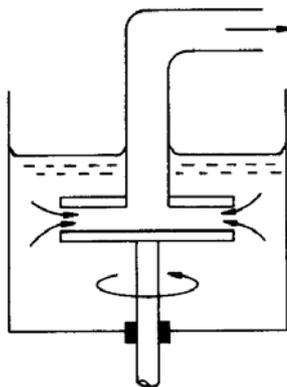


Fig. 4.8 The normal-force pump.

‘다이 부풀음’ 현상 ~ 후압출 부풀음 현상으로도 불리움.

액체가 다이로부터 압출되거나 관의 출구를 통해 흘러갈 때 다이나 관 구멍의 지름보다 큰 지름으로 부풀게 되는 현상(그림 4.9)

뉴턴 유체도 다이 부풀음을 보여줄 수 있음.

==> 레이놀즈 수가 무시할 정도로 작은 경우 대략 13% 정도 팽창

==> 유량이 증가함에 따라 이 팽창은 감소해 결국에는 수축이 일어남.

탄성 액체의 다이 부풀음은 유량이 증가할수록 증가

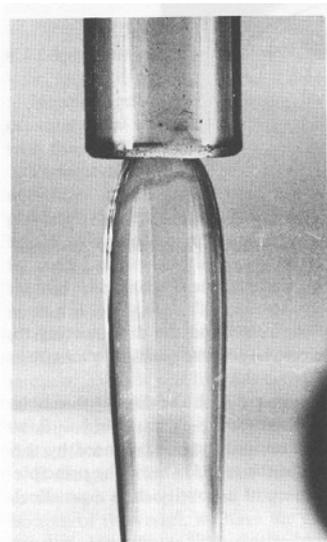


Fig. 4.9 Die swell shown by a solution of 1% polyacrylamide in a 50/50 mixture of glycerol and water.

오리취스를 통과하여 흐르는 탄성 액체

==> 수직 응력 성분 σ_{xx} 에 의해 늘어진 탄성 다발이 출구로 나올 때 자유로이 완화

==> 완화는 탄성사의 길이를 짧게 하고 그 결과로 다발의 지름은 증가

다이 부풀음에 영향을 받는 공정: 고분자 물질로 된 막대, 관, 쉬트 등의 압출 공정

다이 부풀음은 제품의 최종 두께를 제어시 문제 유발

(고분자 물질의 분자량 분포와 유량, 온도와 같은 공정 변수에 민감)

다이 부풀음을 줄이는 방법

==> 노즐 쪽 입구의 길이를 증가시키거나 노즐 쪽 수렴 각도를 줄임.

(다이 부풀음을 완전히 없앨 수는 없으므로 고도의 제어가 필요)

평형 상태에서의 다이 부풀음의 양을 측정 ==> 수직 응력 차이 측정 가능함.

젤-추력(jet-thrust) 방법 ==> 분출 젤에 의해 나타나는 힘을 트랜스듀서로 감지

(다이 부풀음 및 수직 응력의 크기와 관련)

수직 응력 효과는 디스크 임펠러로 이루어지는 종류 혼합 공정에서 중요함(그림 4.10).

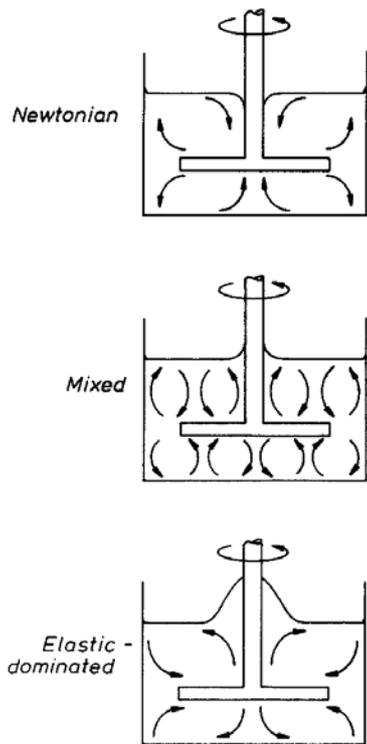


Fig. 4.10 Normal-stress effects in mixing; showing how the form and direction of the circulation are affected by increasing elasticity.

비탄성 액체에 대한 흐름 형태:

점성력과 관성력 사이의 상호작용으로부터 일어남.

중앙의 임펠러로부터 흐름이 바깥으로 나아가고 먼 곳에서 흐름이 되돌아옴.

탄성이 큰 액체에 대한 흐름 형태:

흐름의 방향이 완전히 반대로 이루어질 수 있음.

두 형태의 흐름이 동시에 존재할 경우:

중간적인 혼합이 일어남.

수직 응력에 의해 발생된 탄성 액체의 특성인 흐름 형태가 임펠러를 감싸는 반면 임펠러에서 멀리 떨어진 부분에서는 비탄성 액체의 흐름 형태가 발견됨.

흐름 형태는 관성력에 대한 탄성력의 비에 의존

즉, 레이놀즈 수에 대한 Weissenberg 수의 비(W_e/R_e)

혼합된 흐름 형태는 이 비가 중간 정도의 값을 가질 때 나타남.

제 2 수직 응력 차이 N_2 가 중요한 경우(N_2 는 N_1 에 비해 중요도가 떨어짐):

원형이 아닌 단면적을 지닌 관 속에서 직각 흐름(rectilinear flow)이 가능 유무
(이를 결정해 주는 것은 $N_2(\dot{\gamma})$ 함수)

즉, N_2 는 측정의 어려움에 비해 중요성에 대한 예는 드뭄.

==> 비뉴턴 유체 역학의 입문자들은 주로 N_1 에 관심을 제한함.