

3.5 진동 면찰(oscillatory shear)

소진폭 진동 면찰에 대한 점탄성 물질의 응답

<== 선형 점탄성 거동 연구시 널리 사용되는 변형 양식(deformation mode)

$$\gamma(t) = \gamma_0 \exp(i\omega t) \quad (3.25)$$

로 두면 ($i = \sqrt{-1}$, ω : 주파수, γ_0 : 선형조건하의 충분히 작은 변형을)

이에 상응하는 변형률 속도는 다음과 같이 표현됨.

$$\dot{\gamma}(t) = i\omega\gamma_0 \exp(i\omega t)$$

이 식을 적분 방정식 (3.21)에 대입하면 다음의 형태가 됨.

$$\sigma(t) = i\omega\gamma_0 \exp(i\omega t) \int_0^\infty \phi(\xi) \exp(-i\omega\xi) d\xi \quad (3.26)$$

주기 면찰에서 ‘복소 면찰 탄성률’ G^* 를 다음과 같이 정의하면

$$\sigma(t) = G^*(\omega) \dot{\gamma}(t) \quad (3.27)$$

식 (3.25), (3.26), (3.27)로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있음.

$$G^*(\omega) = i\omega \int_0^\infty \phi(\xi) \exp(-i\omega\xi) d\xi \quad (3.28)$$

일반적으로 복소 탄성률은 다음처럼 정의:

$$G^* = G' + iG'' \quad (3.29)$$

여기서 G' 과 G'' 을 각각 ‘저장 탄성률’과 ‘손실 탄성률’이라 부름.

또한 G' 은 동적 강성(dynamic rigidity)이라고도 부름.

맥스웰 모델(식 (3.9) 혹은 식 (3.14))의 경우, 다음의 결과를 얻을 수 있음.

$$G^* = \frac{i\omega\eta}{1+i\omega\tau} \quad \text{또는} \quad G^* = \frac{i\omega\tau G}{1+i\omega\tau} \quad (3.30)$$

$$G = \frac{\eta\tau\omega^2}{1+\omega^2\tau^2} \quad \text{또는} \quad G = \frac{G\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2} \quad (3.31)$$

$$G' = \frac{\eta\omega}{1+\omega^2\tau^2} \quad \text{또는} \quad G' = \frac{G\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} \quad (3.32)$$

다른 표현 방법으로 진동 운동을 나타내는 sin, cos 함수로 표현되는 파형을 사용하면, (간단한 맥스웰 모델을 대상으로 설명)

$$\gamma = \gamma_0 \cos \omega t \quad (3.33)$$

변형률 속도는

$$\dot{\gamma} = -\gamma_0 \omega \sin \omega t \quad (3.34)$$

이것을 맥스웰 모델에 대입한 1차 선형 미분 방정식의 해:

$$\sigma = \frac{\eta\omega\gamma_0}{(1+\omega^2\tau^2)} (\omega\tau \cos \omega t - \sin \omega t) \quad (3.35)$$

부과한 변형률에 대하여 상을 같이하는(*in phase*) 응력: $G' \dot{\gamma}$

부과한 변형률에 대하여 상을 달리하는(*out of phase*) 응력: $(G''/\omega) \dot{\gamma}$

그러면 식 (3.31)과 (3.32)와 일치하는 관계를 얻을 수 있음.

$$G = \frac{\eta\tau\omega^2}{1+\omega^2\tau^2} \quad (3.36)$$

$$G' = \frac{\eta\omega}{1+\omega^2\tau^2} \quad (3.37)$$

‘복소 점도’ η^* 를 면찰 속도 $\dot{\gamma}$ 에 대한 면찰 응력 σ 의 비로 정의하면

$$\sigma(t) = \eta^* \dot{\gamma}(t) \quad (3.38)$$

일반적인 적분 표현법으로는

$$\eta^*(\omega) = \int_0^\infty \phi(\xi) \exp(-i\omega\xi) d\xi \quad (3.39)$$

$$\eta^* = \eta' - i\eta'' \quad (3.40)$$

여기서 η' : '동력학 점도' ($G' = \eta'' \omega$, $G'' = \eta' \omega$ 의 관계임)

맥스웰 모델의 정규화된 동적 함수에 대한 개형(그림 3.8):

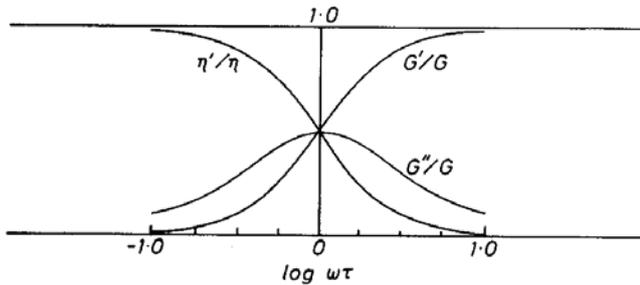


Fig. 3.8 The Maxwell model in oscillatory shear. Variation of the normalized moduli and viscosity with normalized frequency ($\tau = \eta/G$).

특징: $\omega\tau=1$ 근처의 범위에 걸쳐, 정규화된 η' 이 현저히 감소, G' 이 상승
 십진 지수로 2 정도의 주파수 내에서 거의 변화(점탄성 영역)
 저주파수의 영역에서의 응답: 점성 응답($G'' \sim 0$)
 고주파수의 영역에서의 응답: 탄성 응답($\eta' \sim 0$)

'복소 면찰 순응률' J^* 에 의한 선형 점탄성 거동 특성화
 진동 면찰 흐름에서 정의를 해 보면 다음의 관계가 됨.

$$\gamma(t) = J^*(\omega)\sigma(t) \quad (3.41)$$

$$J^* = J' - iJ'' \quad (3.42)$$

$\Rightarrow J^* = 1/G^*$ 이지만 $J' \neq 1/G'$, $J'' \neq 1/G''$ 임.

G' 과 '손실각' δ 에 의한 선형 점탄성 응답 특성화
 응력은 변형률(식 (3.25))과 유사한 형태를 갖지만 각도 δ 만큼 앞설 것으로 가정하면

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp[i(\omega t + \delta)] \quad (3.43)$$

그러면 다음의 관계를 얻을 수 있음.

$$\tan \delta = G''/G' \quad (3.44)$$

맥스웰 모델의 정규화된 주파수에 대한 δ 와 G'/G (여기서 $G = \tau\eta$) (그림 3.9)

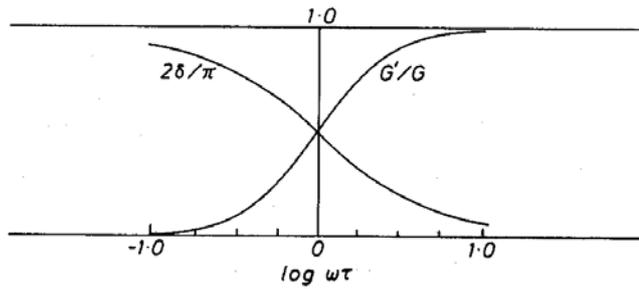


Fig. 3.9 The Maxwell model in oscillatory shear. Variation of the normalized storage modulus and phase angle with normalized frequency.

고주파수에서의 응답: 탄성 고체의 응답(응력은 부과한 변형률과 상을 같이함)

저주파수에서의 응답: 점성 액체의 응답(응력은 변형률에 90° 앞섬)

진동의 입출력에 대한 파형(그림 3.10)

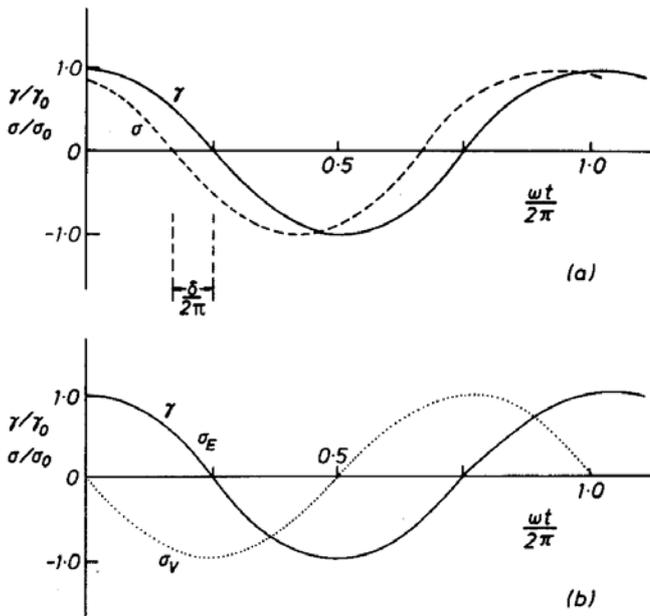


Fig. 3.10 Wave-forms for oscillatory strain input and stress output: (a) Solid line (—) strain according to eqns. (3.25) and (3.33); dashed line (- - - -) stress in advance by angle δ , according to eqn. (3.43); (b) Solid line (—) strain input and also stress output for elastic behaviour; dotted line (.....) stress output for viscous behaviour.

점탄성 영역에서의 거동(그림 3.10(a))

매우 높거나 매우 낮은 주파수에 대한 거동(δ 는 각각 0° 및 90°; 그림 3.10(b))

점성 액체에서 응력은 변형률에 대해 90° 앞서지만 변형률 속도와는 같음.

3.6 선형 점탄성에 대한 함수 사이의 관계

선형 점탄성 거동을 특성화하기 위하여 사용되었던 함수:

복소 탄성률로부터 완화 함수와 완화 스펙트럼에 이르기까지 다양

이러한 함수들은 독립적인 것이 아니라 함수들 사이에는 수학적 관계가 있음
(예: 식 (3.28)에서 G^* 를 역변환하면 ϕ 를 결정할 수 있음)

요즈음은 선형 점탄성 실험으로부터 얻는 대부분의 데이터를 동적 인자(복소 탄성률과 같은)의 그래프로 표시하며 완화 함수나 완화 스펙트럼으로는 거의 변환하지 않음.

3.7 측정 방법

선형 점탄성 거동을 결정하기 위한 두 방법: 정적(*static*) 방법과 동적(*dynamic*) 방법
정적 시험법: 응력(혹은 변형률)을 계단의 형태로 부과해 시간에 따른 응답을 관찰
동적 시험법: 조화를 이루며(harmonically) 변화하는 변형률을 부과함으로써 관찰

유의할 점: 실험은 선형의 범위 내에서 이루어져야 함.
(즉, 점탄성 함수는 가한 응력이나 변형률의 크기에 무관)

3.7.1 정적 방법

정적 방법: 일정 응력하의 '크리프(creep)' 시험 및 일정 변형률하의 완화 시험

이론상 입력 응력이나 변형률은 순간적으로 부과되는 것으로 간주
실제상 관성, 신호 전송시의 지연 등으로 인해 순간적인 부과로 간주할 수 없음.
==> 입력 신호가 정상 상태하의 값에 이르기까지 걸리는 시간은 궁극적으로 변화하는
출력이 기록되는 시간과 비교해 짧아야 함.
==> 최소한 몇 초의 완화 시간을 갖는 물질에 대해 이 방법을 사용할 수 있음.

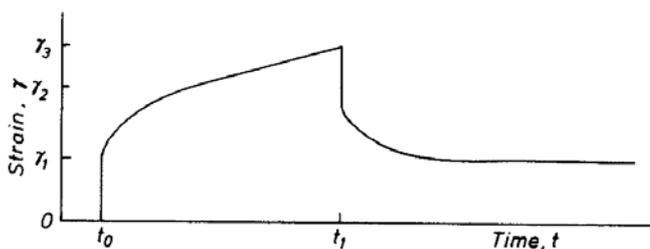


Fig. 3.11 Typical creep curve of strain γ plotted against time t . A constant stress was applied at $t = t_0$ and removed at $t = t_1$. The strain comprises three regions: instantaneous (0 to γ_1); retardation (γ_0 to γ_2); constant rate (γ_2 to γ_3). In linear behaviour the instantaneous strains on loading and unloading are equal and the ratio of stress to instantaneous strain is independent of stress; the constant-rate strain (γ_2 to γ_3) is not recovered.

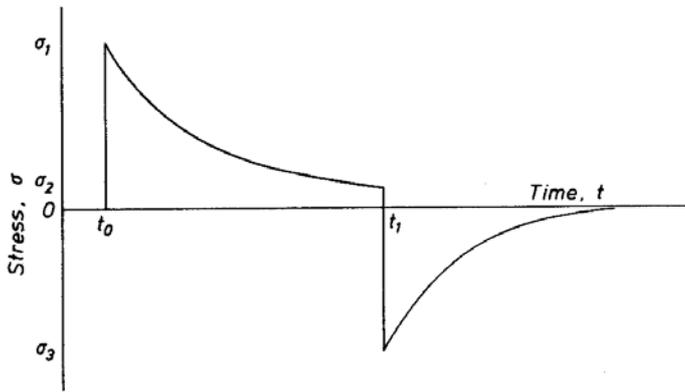


Fig. 3.12 Typical relaxation curve of stress σ plotted against time t . A constant strain was applied at $t = t_0$ and reversed at $t = t_1$. In linear behaviour the instantaneous changes of stress from 0 to σ_1 and σ_2 to σ_3 are equal and the ratio of instantaneous stress to strain is independent of strain. The incomplete relaxation at $t = t_1$ may indicate either that further relaxation would occur in a longer time, or, that the material at very low deformation behaves like a Hookean solid and a residual stress would persist indefinitely.

정적 시험:

시편의 형태와 시편을 잡는 방법을 결정 --> 입력 신호 부과 --> 출력 측정
 응력보다는 변형률이나 변형을 측정하는 것이 더 쉬움
 (크뤼외 시험이 완화 시험보다 훨씬 더 일반적으로 사용함)

정적 시험을 위한 시편의 형태

고체와 같은 물질: 인장이나 비틀림 실험을 위해 길고 가느다란 시편
 액체와 같은 물질: 동심 원통형 구조나 콘-평판 구조 속에 위치시킴.

3.7.2 동적 방법: 진동 변형률

상업적인 뢰어거니어미터(rheogoniometer)의 개발과 함께 상당히 증가
 측정 장비가 입출력 신호를 상을 같이하는 성분과 상을 달리하는 성분으로 직접 처리
 (예: 탄성률의 성분을 주파수의 함수로 자동적으로 표시)

장점: 하나의 측정 장비가 넓은 범위의 주파수 영역을 다룰 수 있음.

(일반적으로 주파수 범위는 대략 10^{-3} 에서 $10^3 s^{-1}$ 까지)

(즉, 시간 스펙트럼은 대략 10^3 에서 $10^{-3} s$ 까지)

이보다 긴 완화 시간에 대해서는 3시간(10^4 초) 이상의 정적 시험 사용이 바람직함.
 이보다 낮은 완화 시간에선 파동 전개 방법(wave-propagation methods)이 적합

진동 방법: 인장용, 면찰용 시편에 자유(free) 혹은 강제(forced) 진동 변형률을 부과

자유 진동의 장점: 진동기(oscillator)가 필요 없고 간단한 장비로도 가능

“ 단점: 유용한 주파수 범위가 제한적(심진 지수로 2 정도)

==> 고체와 같은 물질에 대한 비틀림 변형에 손쉽게 적용시킬 수 있는 방법

강제 진동: 넓은 범위의 주파수 범위에 대해 측정 가능
 콘-평판(그림 3.13), 평행판, 동심 원통형의 배치에 의해서 구성

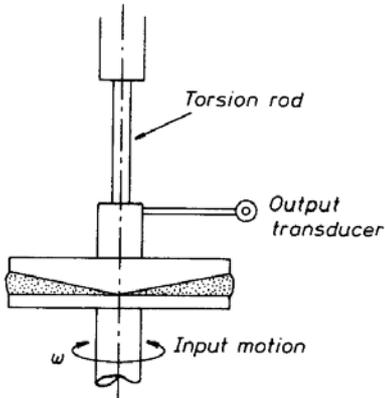


Fig. 3.13 Representation of the cone-and-plate apparatus for oscillatory tests. The specimen is positioned between the input motion and the output stress.

시험 물질은 콘과 평판 사이에 들어 있음.
 콘과 평판 사이의 각은 매우 작음 ($< 4^\circ$).
 아래 판은 축을 중심으로 강제 조화 진동(forced harmonic oscillation)을 겪음.
 이 운동은 시험 물질을 통하여 위 부분으로 전달되고 비틀림 막대에 의해 억제됨.
 ==> 두 부분의 운동의 진폭비와 그에 수반되는 위상 뒤짐(phase lag)을 측정

부과한 주파수 함수로부터 동력학 점도 η' 과 동적 강성 G' 을 측정하는 것은 간단함.

3.7.3 동적 방법: 파동 전개

파동 전개 방법에 대한 이론과 실재를 자세히 서술하고 있는 책:
 고체를 대상으로 하는 시험 방법(Kolsky(1963))
 고분자 물질을 대상으로 개괄적으로 정리(Ferry(1980))
 액체에 대하여 정리(Harrison(1976))
 전체적인 물질을 대상으로 정리(Whorlow(1980))

파동은 파동 발생기에 접촉해 있는 시료의 표면에서 발생
 ==> 시료를 통한 속도와 감쇄를 측정함으로써 점탄성 함수를 평가

파동 전개 방법의 이점: 고주파수에 의한 연구에 적용되어 질 수 있음.
 (일반적으로 kHz 영역에서 사용되어지고 수백 GHz에 이르기까지 가능)

뉴턴 형태의 거동을 보여주는 액체에 대해 연구할 경우에 꼭 필요한 방법
 10^3 이하의 분자량을 갖는 액체가 보통이며 대부분의 비고분자 액체를 포함함.

3.7.4 동적 방법: 정상 상태 흐름

지금까지의 진동 실험 ~ 장치의 구성부가 진동, 따라서 흐름은 비정상 상태

새로운 부류의 유변물성측정기:

장치의 고정된 위치에서 속도는 변화하지 않는 정상 상태임(“Euler적 관점에서 정상”).

개개의 유체 요소는 진동 면찰을 겪음(“Lagrange적 관점에서 비정상”).

예: 맥스웰 orthogonal 유변물성측정기(그림 3.14)

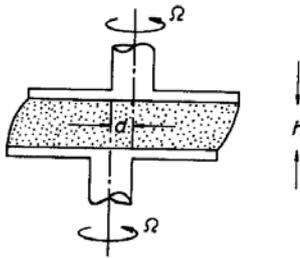


Fig. 3.14 Arrangement of rotating plates in a Maxwell orthogonal rheometer. Plate separation h ; axis displacement d . One shaft rotates at constant velocity Ω and the second shaft takes up (nearly) the same velocity.

거리 d 만큼 떨어진 평행한 축 위에 놓인 거리 h 만큼 분리된 두 개의 평판으로 구성
 하나의 스피들(spindle)이 일정한 각속도 Ω 로 회전
 또 다른 하나는 자유스럽게 회전, 첫 번째의 판의 속도에 가깝게 속도를 따라잡음.
 두 판 중 하나에 작용하는 힘의 성분은 적절한 트랜스듀서를 사용해 측정

데이터의 해석에 있어서 두 번째 판의 각속도 또한 Ω 라고 가정

==> 개개의 유체 요소는 싸인파 형태의(sinusoidal) 면찰 흐름을 겪게 됨.

==> 각 판에 작용하는 힘의 성분을 동력학 점도와 동적 강성으로 관계시킬 수 있음.

맥스웰 orthogonal 유변물성측정기와 정상 상태 흐름을 다룬 점탄성 유변물성측정기:
 Walters(1975)에 의해 상세히 고찰됨.