

CFD를 이용한 담배 내에서의 Non-Darcy Flow와 확산의 전산모사

유성은, 이성철, 문세기

한양대학교 화학공학과, 세라믹 공정연구센터

Computational Analysis of the Non-Darcy Flow and Diffusion of the Tobacco Rod using CFD

Sung-Eun Yu, Sung-Chul Yi, and Sei-Ki Moon

Department of Chemical Engineering, CPRC, HanYang University

서론

담배의 유독성을 줄이려는 노력은 전 세계적으로 진행되고 있다. 흡연 시에 인체로 들어 가는 유해물질을 저감시키기 위해서는 담배 내부로 들어가는 공기의 거동을 파악하는 것이 중요하다. 담배 내의 유동은 다공성 매질에 의한 porous flow로서, 압력 강하가 유동의 속도에 대해 비 선형적인 관계를 가지는 Non-Darcy Flow이다. 따라서 압력 강하를 결정하는 것은 담배 매질의 viscous impedance와 inertial impedance, 그리고 담배를 감싸고 있는 permeable paper의 투과율이다. 또한 담배 내의 농도의 분포는 담배 매질과 담배 종이 내부의 확산과 대류 작용, 담배의 바깥 면과 외부와의 입자의 확산, 담배 입구와 담배 종이를 통해 유입되는 공기의 회석 등의 복잡한 과정을 거친다. 따라서 담배 내부의 농도는 압력 강하와 담배 외부 면과의 물질전달 계수(h), 담배 매질의 확산 계수(D_1)는 담배 잎의 절단 크기(tobacco cuts per inch)와 담배 잎을 쌓은 밀도(tobacco packing density)에 의해 결정된다.

본 연구의 목적은 일정한 유량으로 빨아들이는 담배에서의 압력 강하와 농도 분포를 계산하여 담배를 빠져나가는 농도를 구하며 그 값을 결정짓는 요소를 알아보는 데 있다.

본론

본 연구에서는 길이가 7cm이며 tobacco bed와 permeable paper로 구성되어 있는 담배에 대한 계산을 수행하였다. 길이가 1.5cm인 holder가 양쪽으로 붙어있으며 tobacco bed의 반지름은 0.395cm, 담배 종이의 두께는 39.5 μ m이다.

필터 없는 담배를 가정하였고 정상상태의 원통 좌표계의 축 대칭 2차원 모델을 가정하였다. 간략한 시스템을 그림 1에 나타내었다.

먼저 pressure-flow model을 이용하여 담배 내의 속도와 압력 분포를 구하고 그 값을 이용하여 농도 분포를 구하는 convection-diffusion model을 계산하였다.

PRESSURE-FLOW MODEL

지배방정식

연속 방정식

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

운동량 방정식

z-방향

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}(\mu \frac{\partial u}{\partial z}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\mu \frac{\partial u}{\partial r}) + S_u \quad (2)$$

r-방향

$$\frac{\partial(\rho v u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v v)}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\mu \frac{\partial v}{\partial r}) + S_v \quad (3)$$

담배 내의 유동은 Non-Darcy Flow로서 inertial impedance 의 영향을 받는 2차 항을 가지게 되어 압력 강하가 유동의 속도에 비례하지 않고 비 선형적으로 변한다.

$$\frac{\Delta p}{L} = \epsilon \frac{Q}{A} + \epsilon' \left(\frac{Q}{A}\right)^2 \quad (4)$$

이 식은 다 방향성 흐름에 대해서 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\Delta p}{L} = \epsilon \frac{Q}{A} + \epsilon' \left(\frac{Q}{A}\right)^2 \quad (q = (u^2 + v^2)^{\frac{1}{2}}) \quad (5)$$

이 Darcy'law에 따르는 관계식은 운동량 방정식에서 source의 형태로 들어가게 된다.

$$S_u = \epsilon u + \epsilon' q u \quad (6)$$

$$S_v = \epsilon v + \epsilon' q v \quad (7)$$

이 모델은 표 1의 경계조건을 가지게 된다.

Convection - Diffusion Model

convection-diffusion model을 풀기 위해서 다음과 같은 가정이 필요하다.

- (a) 확산계수 D_1, D_2 는 유효 확산계수로 치환되었으며 상수로 가정한다.
- (b) 담배 종이 내에서의 흐름은 r 방향으로만 일어나며 축 방향으로는 일어나지 않는다.
- (c) r 방향의 속도는 종이 표면의 속도와 같으며 일정하다.
- (d) r 방향의 확산에 비해 z 방향의 확산은 작으므로 무시한다.

지배방정식

$$u \frac{\partial C_1}{\partial r} + v \frac{\partial C_1}{\partial z} = D_1 \left(\frac{\partial^2 C_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_1}{\partial r} \right) + S_{c_1} \quad (8)$$

본 모델의 경계조건은 표 2와 같다. 이 때, 위의 경계 조건 (b)는 source의 형태로 다음과 같이 코딩할 수 있다.

$$S_{C_1} = D_1 A \frac{\partial C_1}{\partial r} (C_N - C_P)$$

where, $C_N = C_S - 2\delta r \times f(z) C_P$

결론

puff로 일정 유량을 빨아들였을 때, 전산 모사 결과로 얻어진 담배 내의 압력 강하는 그림 2와 같다. 다공성 매질인 tobacco와 담배 종이 내의 투과도에 따라 그림 2의 압력 강하가 얻어졌다. 그림 3은 일정한 유량으로 빨아들일 때 종이로 들어오는 공기의 양을 나타낸 것이다. 전체를 합하면 0.13cc/s 정도로 들어오는 전체 양의 약 3.9%가 된다. 그림 4는 convection-diffusion model에 의해 계산하였을 때 담배 내에서의 농도의 분포를 나타내었다. output concentration 은 0.0714로 확산이 매우 잘 되는 것으로 나타났다.

그림 6은 tobacco rod diffusivity에 따른 output concentration의 변화를 나타내었다. 이 결과에 따르면 diffusivity가 낮을수록 확산이 잘 되는 경향을 보였다. 또한 diffusivity가 0.2에 가까울수록 유해물질이 거의 100% 없어지는 것으로 나타났다.

참고문헌

1. Baker, R.R., Robinson, D. P., "Non-Darcy Flow and Diffusion in a Tobacco Rod", International Conference on the Physical and Chemical Processes Occurring in a Burning Cigarette(1987)
2. Bird, R. B., Stewart, W. E. and Lightfoot, E. N., "Transport Phenomena" John Wiley & Sons, Inc.(1960)
3. Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Pub. Co.(1980)

| | |
|----------------------------|------------------------------|
| $P = 0$ | $z = 0$ $r < r_0$ |
| $P = 0$ | $r = r_0 + t$ $1 < z < L$ |
| $u_0 = 6.7324 \text{cm/s}$ | $z = L$ $r < r_0$ |

표 1 Pressure-Flow Model의 경계조건

| | |
|---|--------------------------|
| $\frac{\partial C_1}{\partial r} = 0$ | $r=0$ $0 < z < L$ |
| $C_1 = 1.0$ | $r < r_0$ $z = 0$ |
| $\frac{\partial C_1}{\partial r} + f(z) \times C_1 = 0$ | $0 < z < L$ $r = r_0$ |

표 2 Convection-Diffusion Model의 경계조건

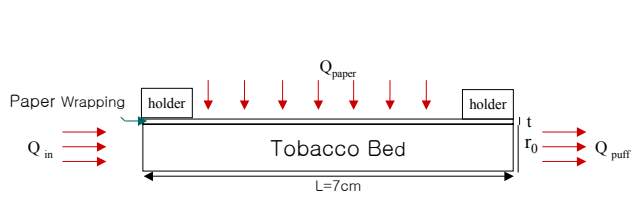


그림 1 Schematic Description of the System



그림 2 Pressure Drop

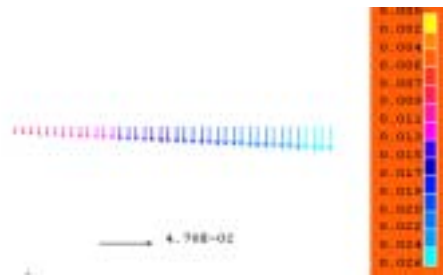


그림 3 Velocity Vector through the Porous Paper



그림 4 Concentration Distribution of the Cigarette

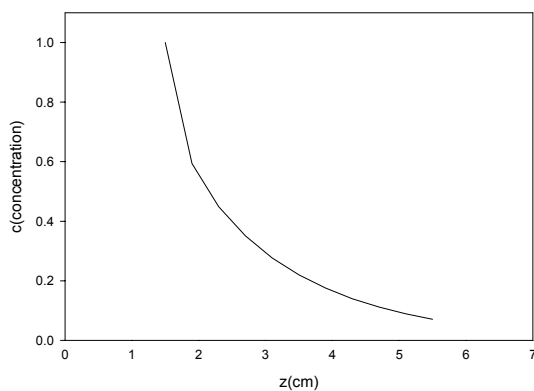


그림 5 Cup-Mixing Concentration Distribution on Axial Direction

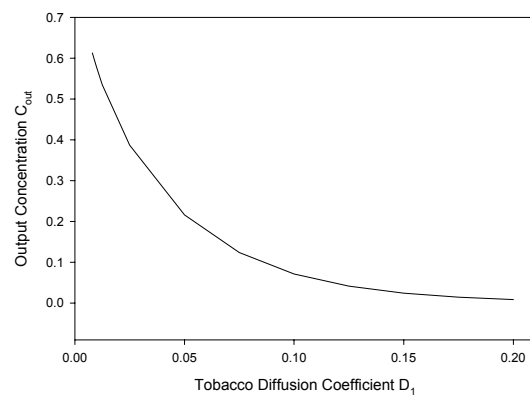


그림 6 Influence of Diffusion Coefficient on Output Concentration