

Hele-Shaw Cell을 사용한 점탄성 유체에서 기포의 불안정성에 관한 연구

조은수(정), 최창균(종), 윤도영(정)*
서울대학교 화학공학과, 광운대학교 화학공학과*

A Study on Finger Instability of Viscoelastic Fluid in a Hele-Shaw Cell

Eun Su Cho, Chang Kyun Choi, Do-Young Yoon*
Department of Chemical Engineering, Seoul National University,
Department of Chemical Engineering, Kwangwoon University*

서론

최근에 사출제품을 성형하는 가공공정 중의 하나인 가스사출 성형법이 산업계에서 활발하게 쓰이고 있다. 가스사출 성형법은 용융 플라스틱의 양을 미리 조정할 수 있고, 가스의 유량을 조정하여 가공성을 향상시킬 수 있는 장점을 가지고 있다. 그러나, 용융 플라스틱과 가스 간의 상호작용으로 인한 불안정성 요인이 잠재되어 있었으나, 문제의 복잡성으로 인해 학문적인 접근이 그리 많지 않았다.

본 연구에서는 가스사출 성형공정에서 수반되는 2상 간의 유동특성을 규명하고자 한다. 이들 유동을 연구하기 위하여 Hele-Shaw cell을 이용하여 유동 해석을 실시하였다. 이러한 Hele-Shaw cell은 유동의 가시화와 포텐셜 장의 묘사에 적합한 것으로 알려졌다. 또한 점도에 기인한 불안정성 해석에 도움을 준다. 특히, 본 연구에서는 사출에 사용되는 고분자 용융체의 특성을 나타내는 점성과 탄성이 기포의 불안정성에 미치는 영향을 살펴보았다. 이들 불안정성은 선형 안정성 이론을 기초로하여 해석을 실시하였다. 그리고 이를 바탕으로 프랙탈 현상에 대한 해석을 시도하였다.

이론

Hele-Shaw cell에서는 다공매질의 흐름특성인 Darcy의 법칙을 따르는 것으로 널리 알려져 있다. 특히 2차원의 유동을 해석하는데 유용한 장치이다. Hele-Shaw cell 내에 점도와 밀도가 다른 두개의 유체층이 자유경계면(free surface)을 이루고 있으면서 경계면이 일정한 속도로 이동하고 있다. 이때의 지배 방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \mathbf{u} &= -\frac{B^2}{12\mu} \nabla P\end{aligned}$$

경계면에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (\text{Ca}^{2/3})$$

$$[P] = \frac{2\gamma}{B} [1 + 3.8Ca^{2/3} + \dots] + \frac{\gamma}{R} [1 + O(Ca)]$$

여기서 P , u , B , μ , n , t , γ , R 은 각각 압력, 속도, 판 사이의 간격 unit normal vector, unit tangent vector, total pressure, 표면장력, 곡률반경이다. 경계면에서 발생하는 불안정성에 대하여 살펴보면 $x=0$ 에서 경계면이 존재할 때 경계면에서 파형태의 주름진 변형이 발생하고 그 파장이 $2\pi/n$ 이라면 교란의 형태는 다음과 같다.

$$x = a e^{[iny + \sigma t]}$$

여기서 i 는 허수, n 은 파수, σ 는 성장률, τ 는 시간, a 는 진폭을 나타낸다. 1차 위수의 교란량까지에서 σ 는 다음의 관계를 만족해야 한다. σ 가 0보다 클 경우 계면은 시간이 지남에 따라서 불안정해진다.

$$\frac{\sigma}{n} \left(\frac{\mu_1}{k_1} + \frac{\mu_2}{k_2} \right) = \left(\frac{\mu_2}{k_2} - \frac{\mu_1}{k_1} \right) V$$

한편 경계면에서 표면 장력이 존재하는 경우를 살펴보자. 경계면에서 일어나는 압력강화를 가장 단순히 적용하면, 표면장력의 크기는 $\gamma(2/B+1/R)$ 로 나타난다. Hele-Shaw cell에서 평평한 경계면의 안정성을 논할 때는 표면장력이 $\gamma \left(\frac{2}{B} + \frac{d^2x}{dy^2} \right)$ 로 바뀌므로, 윗 식은 다음과 같이 전환된다.

$$\frac{12}{B^2} \sigma(\mu_1 + \mu_2) = \frac{2\pi}{l} \left[\frac{12V}{B^2} (\mu_1 - \mu_2) \right] - \frac{8\pi\gamma}{\beta^3}$$

여기서 σ 는 파장, $l = 2\pi/n$ 은 교란의 증폭인자를 각각 의미한다. 이것은, 표면장력 효과로 인하여 교란의 파장이 이것 보다 큰 경우에만 불안정해짐을 나타내 준다. 즉 l 의 임계값 l_c 는 다음과 같다.

$$l_c = 2\pi\gamma^{1/2} B [12V(\mu_1 - \mu_2)]^{-1/2}$$

일반적으로 액체에 기체를 사출하는 경우에는 $\mu_1 \gg \mu_2$ 의 관계가 성립하므로 윗 식은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\frac{l_c}{B} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} Ca^{-1/2}$$

또한 이들 기포의 폭을 지배하는 요인인 변형된 모세관수 Ca_m 을 대입하면 다음처럼 쓸 수 있다.

$$\frac{l_c}{W} = \frac{\pi}{6} Ca_m^{-1/2}$$

실 험

본 실험에서 사용된 Hele-Shaw cell은 유효면적이 100×200 mm 이고, 깊이는 각각 1 mm 와 3 mm 와 유효면적이 100×500 mm인 세가지로 제작되었다. Cell의 아래판은 두께의 균질성을 위하여 표면처리된 강철로, 위판은 유동의 가시화를 위하여 두께가 20 mm인 아크릴 판으로 제작되었다. 사용된 유체로는 점도가 여러 가지인 실리콘 오일과 점탄성 유체인 폴리아크릴아미드(Poly Acryl Amide) 수용액을 사용하였다. 유체의 구동과 그 양은 실린지 펌프를 사용하여 조절하였으며, 가시화되는 유동현상은 비디오 사진기로 촬영하였다. 촬영된 현상들은 컴퓨터에서 화상처리되어 유속을 비롯한 각종 자료들이 산출되었다. 또한 실험은도에서 밀도, 점도와 표면장력을 각각 측정하였다. 밀도는 간단한 비중계를 이용하여 측정하였으며, 점도는 RMS-800E 점도계를 사용하여 측정하였다. 또한 표면장력은 환형계면장력계를 이용하여 측정하였다.

결 과

실험의 영역은 Ca 값에 따라 크게 두 영역으로 구분할 수 있었다. 그 중 하나는 정상상태로 finger가 자라나는 것이고, 다른 하나는 finger의 자유경계면이 Ca 값이 커짐에 따라서 불안정해져서 finger의 선단이 갈라지는 것이었다. 불안정한 경우에는 불안정성의 발생 시점과 사출지점으로 부터의 거리가 Ca 값에 따라서 정리가 됨을 확인할 수 있었다. 이를 Fig.1에 나타낸 것과 같다. 또한 이를 변형된 모세관수 Ca_m 으로 정리하면 기포 분기에 발생시점과는 셀의 너비 W와 밀접한 관련이 있는 것으로 확인되었다. 한편 점탄성 유체의 실험에서 finger의 분기가 발생하는 시점은 용액의 탄성계수(storage modulus)에도 영향을 받는 것으로 나타났다. 이를 Fig.2에 나타내 보았다. 그림에서 A1 용액의 고분자의 농도는 B1 용액의 농도의 절반에 해당한다. 안정성 곡선이 A1 용액이 B1에 비하여 왼쪽에 위치한다. 즉 탄성계수가 낮은 A1의 용액에서는 훨씬 빠르게 계면이 불안정해지는 것을 나타낸다.

기포의 선단이 불안정해져서 분기가 발생할 때의 모양은 갈라지는 끝에 따라 분류할 수 있었다. 즉 양 옆에서 변형이 발생하는 type I과 끝이 둘, 셋, 넷으로 갈라지고 이는 각각 type II, type III, type IV로 구분할 수 있었다. 이들의 분기 type은 선형 안정성 이론에 의한 분기의 모드 Ω 와 밀접한 관련이 있었고, 이때 모드는 $\Omega = j + 0.5$ ($j = 0, 1, 2, 3, \dots$)로 정형화 시킬 수 있었다. Ca 값이 커질수록 기포가 분기될 때 분기가 나타나는 지점이 주기성이 나타났다. 따라서 이러한 현상은 프랙탈로 이해될 수 있다. 본 연구에서는 프랙탈 차원(dimension)을 구해보았다. 이때 구하여진 값들은 정수 이외의 값들을 가졌다. 그리고 Ca 값이 증가됨에 따라서 프랙탈 차원이 거의 선형적으로 증가됨을 확인하였다. 이들은 결과를 뉴튼 유체와 점탄성 유체로 구분하여 이를 Fig. 3과 4에 나타냈다. Fig. 4에 나타난 것과 같이 점탄성 유체에서는 탄성이 증가함에 따라서 프랙탈 차원의 기울기가 감소하는 경향을 보였다. 따라서 점탄성 유체에서 탄성에 의하여 기포 계면이 완화된다고 볼 수 있다. Hele-Shaw cell에서 발생하는 viscous fingering 현상에서의 프랙탈 현상의 특성은 프랙탈 차원과 함께 Ca 수가 계를 지배하며, 탄성이 존재하는 점탄성 유체에서는 탄성계수도 함께 포함 되어야 할 것으로 생각된다.

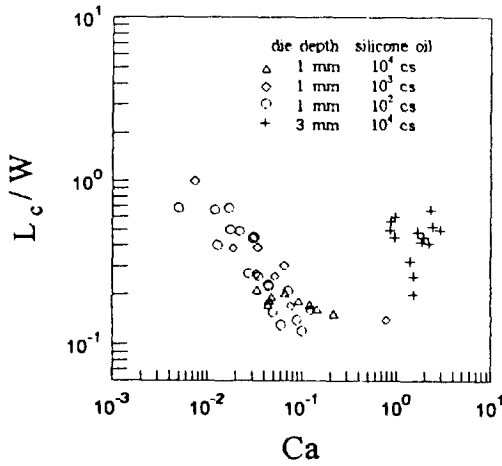


Fig. 1 Instability vs. Ca for silicone oil

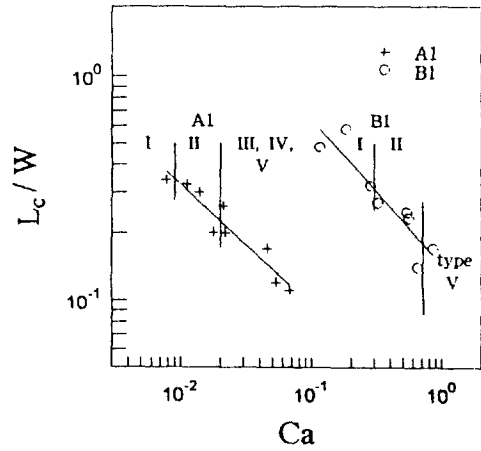


Fig. 2 Instability vs Ca for polymer solution

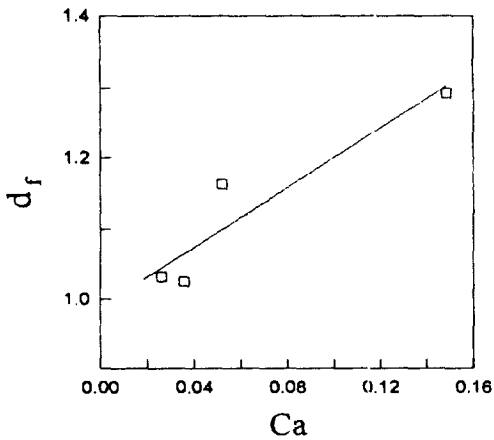


Fig. 3 Ca vs. d_f for silicone oil

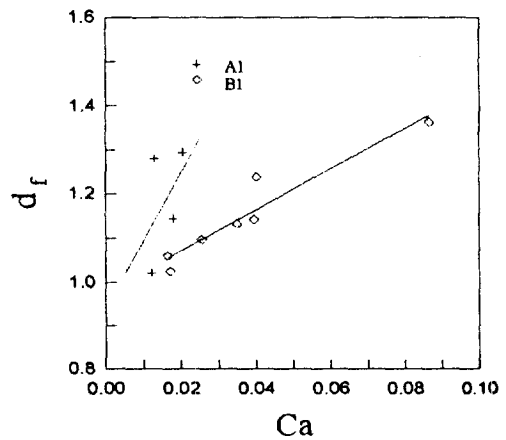


Fig. 4 Ca vs. d_f for A1, B1

참고문헌

1. Hele Shaw, H. S.: *Trans. Int. Nav. Archit., Lond.* **40**, 21(1898).
2. Saffman, P. G. and Taylor, G. I.: *Proc. R. Soc. Lond. A* **245**, 312(1958).
3. Park, C-W. and Homysy, G. M.: *Phys. Fluids Lett.* **28**, 1583(1985).
4. Kim, D. S. and Cho, E. S. and Choi, C. K.: *Korean J. Chem. Eng.* **11**, 190(1994).