

열교환기 망에서의 냉각수 흐름 분석

이형탁, 이범석
경희대학교 화학공학과

Cooling Water Flow Analysis in Heat Exchangers Network

Hyungtak Lee, Bomsock Lee
Dept. of Chem. Eng., Kyunghee University

서론

파이프 망에서의 압력이나 흐름의 정상상태 분석은 공학에서 아주 중요한 문제로 인식되어지고 있다. 파이프 내에서의 유체의 현상을 표현하고 있는 기본적인 수력학적 수식들은 반복법에 의해서 해결되어지는 비선형 방정식들이다.(Ormsbee and Wood, 1986) 컴퓨터 프로그램 내에서 사용되어지는 수학적 풀이 방법은 주로 적은 용량의 컴퓨터에서 사용되어지는 Hardy Cross 방법이 있으며, 빠른 문제 해결을 위해서는 용량이 큰 컴퓨터에서 행렬을 사용하는 방법이 제시되어져왔다.(Nielsen, 1989) 파이프를 흐르는 유체의 흐름에 의한 압력 손실은 일반적으로 Hazen-Williams식을 사용한다. 컴퓨터 프로그램내에서 파이프 망의 수학적 모델은 실제 파이프 망과 가깝게 나타내기 위해서 거칠기 값 같은 보정 인자 혹은 파이프 지름 같은 설계인자들이 명확하게 정의되어져야한다.(Boulos and Wood, 1990)

현재 대부분의 화학공장 또는 정유공장에서 사용되고 있는 열교환기 망을 흐르는 냉각수의 흐름을 분석하기 위해서 각 지점마다 유량계를 설치하는 일은 현실적으로 어려운 점이 많다. 본 연구에서는 앞서 언급한 파이프망에서의 유체흐름분석 방법을 응용하여 유량계를 사용하지 않고도 열교환기 망을 이루는 각 열교환기를 통과하는 냉각수의 유량을 정확하게 계산하려고 한다. 이를 위해서 우선 열교환기 망을 구성하는 파이프와 열교환기 각각을 연결하는 지점 별로 흐르는 냉각수의 물질수지식을 각 지점의 압력을 변수로 하여 나타내어지는 적절한 실험식을 연립방정식 형태로 표현한다. 이렇게 표현되어진 열교환기 망에 대한 비선형 연립방정식을 효과적으로 풀 수 있는 수치 해석적인 방법을 찾아 내고자 한다.

실험식

급수설비의 설계와 분석에 일반적으로 널리 사용되는 식은 Hazen-Williams식이다. 다음 식(1)에 Hazen-Williams식을 나타내었다.(Hammer and Mark J., 1986)

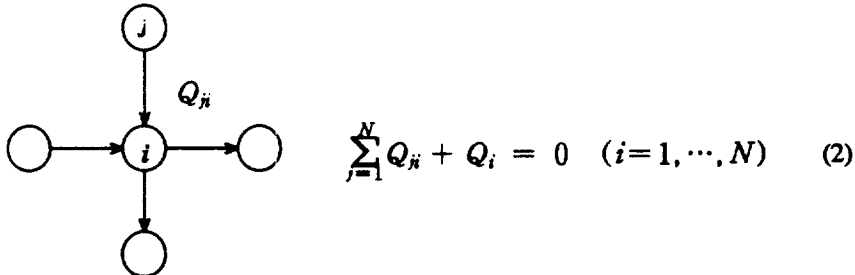
$$Q = C_H D^{2.63} \left(\frac{\Delta H}{CL} \right)^{0.54} \quad (1)$$

Hazen-Williams식은 마찰인자에 관한 항인 C_H 값이 파이프 내부의 거칠기 정도에만 의존하기 때문에 실제 사용에 편리한 이점이 있다. 여기서, Q 는 파이프내부를 흐르는 유체의 유량, ΔH 는 두 지점간의 압력차, D 와 L 은 각각 파이프의 직경과 길이를 뜻한다.

연립 방정식의 유도

파이프 망을 구성하고 있는 연결지점중 한 지점 i 에 대해서 그림(1)에서와 같

이 j 에서유입되는 유량을 Q_{ji} 라고 하고 외부 환경으로부터의 유입 또는 유출되는 유량을 Q_i 라고 하면 식(2)과 같이 나타낼 수 있다.



그림(1) 연결지점 i 를 중심으로한 파이프 망에서의 유체의 흐름

Hazen-Williams식의 상수부분을 정리하여 식(2)에 대입하여 재정리하면 다음 식(3)와 같이 된다.

$$\sum_{j=1}^N A_{ji} (H_j - H_i)^{0.54} + Q_i = 0 \quad \text{단, } A_{ji} = \frac{C_H D_{ji}^{2.63}}{(CL_{ji})^{0.54}} \text{ 이다.}$$

$$H_i = \frac{\sum_{j=1}^N H_j \frac{A_{ji}}{|H_j - H_i|^{0.46}} + Q_i}{\sum_{j=1}^N \frac{A_{ji}}{|H_j - H_i|^{0.46}}} \quad (i=1, \dots, N) \quad (3)$$

Gauss-Seidel 방법

Gauss-Seidel방법은 대표적인 반복법으로 널리 사용되는 방법이다.(Steven C. Chapra, Raymond P. Canale, 1988) 위에서 설명한 연립 방정식을 이 방법을 사용하여 풀려고 한다. 식(3)을 다음 식(4)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{matrix} H_1 = f_1(H_1, H_2, \dots, H_N) \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix} \quad (4)$$

$$H_N = f_N(H_1, H_2, \dots, H_N)$$

- ① H_1 에서 H_N 까지 초기 값을 설정한다.
- ② 설정한 초기 값을 f_1 에 대입하여서 H_1 을 구한다.
- ③ f_1 에서 구한 H_1 과 그 외의 초기 값을 f_2 에 대입하여서 H_2 를 구한다.
- ④ ①②③의 방법을 순차적으로 시행하여서 H_N 까지 구한다.
- ⑤ 구해진 H_1 에서 H_N 까지의 값을 이용해서 이들 값이 일정한 수렴값에 도달할 때 까지 ①②③④를 반복 수행한다.

Newton-Raphson 방법

Newton-Raphson식을 사용하여서 파이프 망의 연립방정식을 풀려고 한다. 식(2)를 다시 쓰면

$$f_i(H_1, \dots, H_N) = \sum_{j=1}^N A_{ij}(H_j - H_i)^{0.54} + Q_i = 0 \quad (i=1, \dots, N) \quad (5)$$

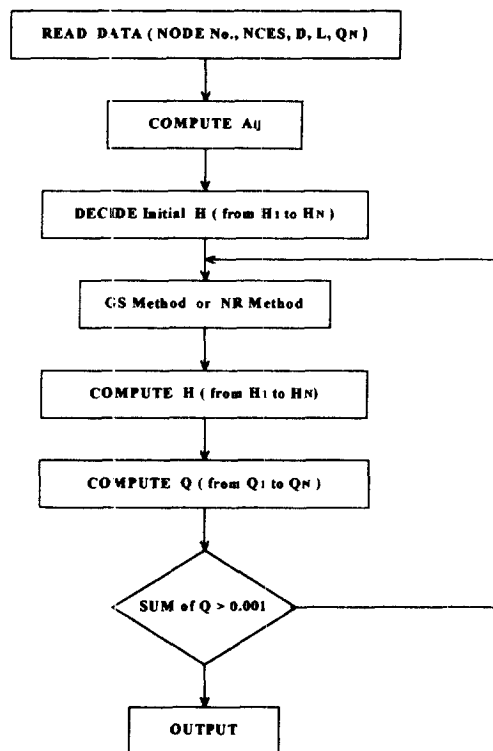
식(5)와 같은 N개의 연립 방정식을 만족하는 H_1, \dots, H_N 의 값을 구하기 위하여 Newton-Raphson방법을 적용하면 다음 식(6)과 같은 행렬의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial H_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial H_N} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial H_1} & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial H_N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta H_1 \\ \vdots \\ \Delta H_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{pmatrix} \quad (6)$$

단, $\Delta H = H_i^{*+1} - H_i^*$ 이고 H_i^* 는 NR방법을 k 번째 시행한 후 얻어진 H_i 값이다. 본 연구에서는 행렬 항에 대한 소거법으로 Gauss-Jordan 소거법을 사용하였다.

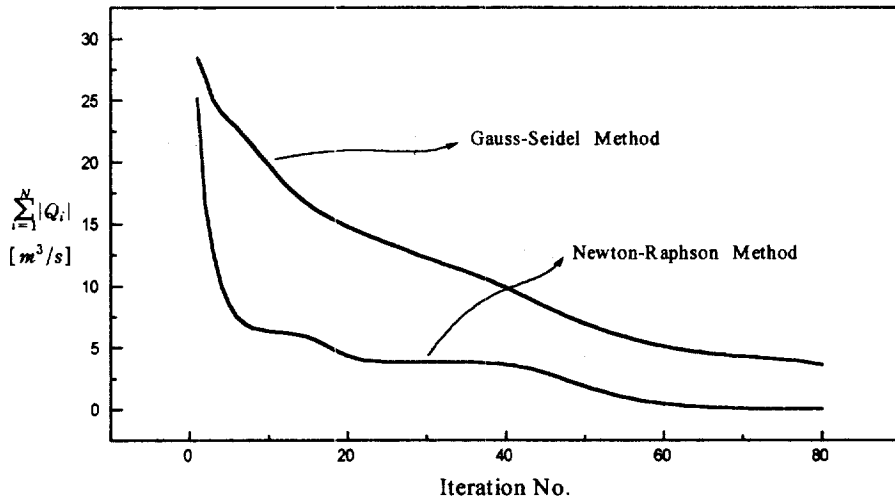
알고리즘 및 수렴속도 비교

위에서 설명한 GS 와 NR 방법을 이용해서 열교환기 망에서의 유량 및 압력을 구하기 위한 알고리즘을 아래 그림(2)에 나타내었다.



그림(2) 열교환기망의 유량 및 압력 측정을 위한 알고리즘

GS와 NR을 이용한 방법 둘 다 수렴을 한다. 이때의 수렴 속도 비교는 다음 그림(3)에 나타내었다. 이때 열교환기 망에 사용된 열교환기 개수는 5개이다.



그림(3) GS와 NR의 수렴 속도 비교

결론

열교환기 망에서의 냉각수의 흐름을 분석하기 위해서 파이프 내에서의 유량, 속도 및 각 연결지점에서의 압력을 수치 해석적인 방법으로 구하려 하였다. 우선 실험식을 선택하고 전체 열교환기 망에 대한 연립방정식을 세웠다. 다음으로 수치 해석적인 방법으로 Gauss-Seidel 방법과 Newton-Raphson 방법을 선택하여서 문제 해결을 시도한 결과 두 가지 방법 모두 수렴하는 것을 알게 되었다. 특히 두 가지 방법 중에서 Newton-Raphson 방법이 수렴속도에 있어서 훨씬 우수하다는 것을 알 수 있었다. 본 연구의 최종목표는 유량측정을 위한 알고리즘을 기초로 하여 기존 열교환기 망의 문제점인 열교환기를 통과하는 냉각수의 유량이 초기 설계유량과 맞지 않는 경우에 열교환기를 통과하는 냉각수의 양을 조절하는 각 밸브의 여닫음, 혹은 열교환기를 연결하는 파이프의 교체여부등 해결책을 제시하는데 있다. 이를 위한 알고리즘 개발이 본 연구에서 앞으로 수행되어야 할 과제이다.

참고문헌

1. Nielsen, H. B. : "Method for Analyzing Pipe Networks", J. of Hydraulic Engineering, 115, 139(1989).
2. Boulos, P. F. and Wood, D. J. : "Explicit Calculation of Pipe-Network Parameters", J. of Hydraulic Engineering, 116, 1329(1990).
3. Ormsbee, L. E. and Wood, D. J. : "Hydraulic Design Algorithms for Pipe Networks", J. of Hydraulic Engineering, 112, 1195(1986).
4. Chansler, J. M. and Rowe, D. R. : "Microcomputer Analysis of Pipe Networks", Water Engineering and Management, 137, 36(1990).
5. Hammer and Mark J. : "Water and Wastewater Technology", John Wiley & Sons (1986).
6. Steven C. Chapra, Raymond P. Canale : "Numerical Method for Engineers", McGraw-Hill(1988).