나노포토닉스 최신 연구 동향

한국과학기술연구원 나노포토닉스연구센터 책임연구원 권석준 (sjoonkwon0531@gmail.com, cheme@kist.re.kr)

3. 회절, 회절격자, 광도파로

지금까지 우리는 주로 단순한 형태의 시스템에서 전자기파가 어떻게 행동하는지를 공부 했습니다. 평평한 계면에서의 행동, 금속과 유전체 간의 계면에서 형성되는 표면파, 구형 입자가 전자기파에 노출되었을 때 보이는 산란 등에 대한 공부였습니다. 그렇지만, 공학 적으로 전자기파를 더욱 정밀하고 효율적으로 이용하는 방법 중의 하나는, 애초에 시스 템을 정밀하게 조각하는 것입니다. 예를 들어, 금속 박막의 표면에 뾰족한 돌기를 여러 개 만든다면 어떨까요? 그리고 그 돌기의 크기와 주기가 입사광의 파장과 비슷한 크기라 면 어떨까요? [금속-유전체-금속-유전체-...] 같이, 적당한 두께를 가진 층들을 여러 겹으로 쌓는다고 생각해 봅시다. 이러한 구조는 빛을 특정한 층에만 가둬 두고자 하는 목적에 활용될 수 있는 장치가 됩니다. 이중, 특히 많이 활용되는 시스템인 창살 (grating)과 광도 파로 (waveguide)에 대한 공부를 하도록 하겠습니다.

3.1. Diffraction & Grating

먼저 창살 시스템에 대해 알아 봅시다. 창살 혹은 **회절 격자 (grating)**는 주로, 회절 격자 (diffraction grating)의 형태로 실제 광학, 포토닉스 실험에 많이 활용되는 광학 장치입니다. 예를 들어, 빔 분리기 (beam splitters), 팬아웃 창살 (patterned fanout gratings), 레이저 단속기 (laser locking), 분광기 (spectrometer), 센서, 무반사 코팅 (anti-reflection coating), 주파수 선 택적 표면 (frequency selective surfaces), 창살 결합기 (grating coupler) 등의 다양한 용도로 활용됩니다. 창살은 주로, 금속이나 유전체로 이루어진 얇은 판에 아주 가느다란 형태로 실금을 한 방향 혹은 두 방향으로 만들어서 제작합니다. 수학적으로는 특정한 차원 (방 향)에 대해, 일정한 주기를 갖는 함수로서 표현될 수 있습니다.

1



그림 3.1.1차원 주기적 구조체에 입사되는 전자기파가 간섭되는 형태 모식도

예를 들어 그림 3.1에 나타낸 바와 같이, 1차원 방향에 주기적으로 배열된 원기둥 모양을 생각해 볼 수 있겠습니다. 이런 구조체에서는, 주기가 있는 방향으로, 유전 상수가 주기 적으로 변할 것입니다. 수학적으로 주기 함수는 푸리에 급수 (Fourier series)를 이용하여 표시할 수 있습니다. 그렇지만, 일단 가장 단순한 형태를 생각해 봅시다. 가장 간단한 주 기 함수는 삼각함수입니다. 그렇다면 우리는 유전 상수 $\varepsilon_r(\mathbf{r})$ 의 변화를 다음과 같이, 동 일한 주기를 갖는 코사인 함수로 표현할 수 있을 것입니다.

$$\varepsilon_r(\mathbf{r}) = \varepsilon_{r,avg} + \Delta \varepsilon \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}). \tag{3.1}$$

방정식 (3.1)에서, $\varepsilon_{r,avg}$ 는 평균 유전 상수, $\Delta \varepsilon$ 는 유전 상수의 변화도, 그리고 \mathbf{K} 는 주기 적으로 배열된 구조체의 주기에 대응되는 파수입니다. 예를 들어, 3차원 공간에서, 주기가 $\left[\Lambda_x \Lambda_y \Lambda_z\right]$ 라면, $\mathbf{K} \leftarrow \mathbf{K} = \left[K_x K_y K_z\right] = \left[\frac{2\pi}{\Lambda_x} \frac{2\pi}{\Lambda_y} \frac{2\pi}{\Lambda_z}\right]$ 로 표현될 수 있을 것입니다.

이제, 이러한 주기적 구조체에 전자기파가 입사되는 상황을 생각해 봅시다. 그림 4.1에 표현된 것 같이, 애초 평면파 형태로 입사된 전자기파는 주기적 구조체를 지나면서, 유전 상수의 변화 때문에 원래의 평면파로서의 전자기장 분포가 변할 것입니다. 이 때, 전자기장의 분포가 변하는 정도 역시, 구조체의 주기에 영향 받을 것임을 알 수 있습니 다. 따라서, 구조체를 지난 전자기파의 형식은 아래와 같이 표현될 수 있을 것입니다.

$$E(\mathbf{r}) = A \Big[\varepsilon_{r,avg} + \Delta \varepsilon \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r}) \Big] \exp(-j\mathbf{k}_{inc} \cdot \mathbf{r})$$

= $A \varepsilon_{r,avg} \exp(-j\mathbf{k}_{inc} \cdot \mathbf{r}) + \frac{A\Delta\varepsilon}{2} \exp(-j(\mathbf{k}_{inc} - \mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}) + \frac{A\Delta\varepsilon}{2} \exp(-j(\mathbf{k}_{inc} + \mathbf{K}) \cdot \mathbf{r}).$ (3.2)

방정식 (3.2)의 아래 줄을 잘 살펴 봅시다. 수학적으로 코사인 함수를 지수 함수로 확장

시켜, 세 종류의 지수 함수를 만들어 냈습니다. 이러한 확장이 물리적으로 의미하는 바는 무엇일까요? 마치 들어올 때는 \mathbf{k}_{ine} 라는 단순한 파동 벡터를 가졌던 전자기파가, 주기적 인 구조체를 지나면서, 서로 다른 세 종류의 파동 벡터 (\mathbf{k}_{ine} , $\mathbf{k}_{ine} - \mathbf{K}$, $\mathbf{k}_{ine} + \mathbf{K}$)를 갖는 전자기파로 나뉜 것과 같습니다. 이러한 논리를 계속 적용하면, 예를 들어, 새로 생성된 $\mathbf{k}_{ine} - \mathbf{K}$ 의 파수를 갖는 전자기파가 다시 주기적 구조체를 지나면서 또 다시 ($\mathbf{k}_{ine} - \mathbf{K}$, $\mathbf{k}_{ine} - 2\mathbf{K}$, \mathbf{k}_{ine})로, 그리고 $\mathbf{k}_{ine} + \mathbf{K}$ 의 파수를 갖는 전자기파는 또 다시 ($\mathbf{k}_{ine} + \mathbf{K}$, \mathbf{k}_{ine} , $\mathbf{k}_{ine} + 2\mathbf{K}$)로 나뉘게 될 것임을 유추할 수 있습니다. 계속 같은 논리를 적용하면, 주기적 구조체를 지나는 전자기파의 파수는 아래와 같은 형식을 가질 것임을 생각할 수 있습니 다.

$$\mathbf{k}_{m} = \mathbf{k}_{inc} - m\mathbf{K}, \ m = -\infty, \ \cdots, \ -2, \ -1, \ 0, \ 1, \ 2, \ \cdots, \ \infty.$$
 (3.3)

방정식 (3.3)에 따르면, 무한히 많은 파수가 허용된다는 것인데, 물리적으로 뭔가 제한 조 건이 있을 것 같지 않습니까? 무한히 많은 파수가 허용되면, 정작 뭐가 중요한 파수인지 모르게 될 것이니, 사실 당연한 이야기입니다. 어떤 조건이 제한 조건으로 작용할까요? 2 장에서 배웠던 전자기파의 계면에서의 경계 조건을 기억해 봅시다. 우리는 계면에 수평 인 전자기파의 파수 성분은 매질에 상관 없이 같아야 함을 찾은 바 있습니다. 일단, 방정 식 (3.3)에서, 계면에 수평인 파수 성분은 $k_{m,x} = k_{inc,x} - mK_x$ 와 같이 표현할 수 있을 것입니 다. 이를 이용하면, 계면에 수직이고, 주기적 구조체를 지나는 전자기파의 파수 성분은 아래와 같이 쓸 수 있을 것입니다.

$$k_{m,z}^{2} = \left(k_0 n_{avg}\right)^2 - k_{m,x}^{2}.$$
(3.4)

방정식 (3.4)에서, $k_0 n_{avg}$ 값은 정해져 있으므로, $k_{m,x} = k_{inc,x} - mK_x$ 로 표현되는 $k_{m,x}$ 중에서, m의 최대값은 $k_{m,z}^{2} \ge 0$ 인 조건을 만족시키는 한계 내에서 정해질 것입니다. 이 한계를 넘는 m을 갖는 파수의 전자기파는 주기적 구조체 내에서 더 이상 전파되지 못하고 소 실될 것입니다 (evanescent wave).



그림 3.2. 비스듬하게 배열된 창살 구조에 입사되는 전자기파가 창살 구조체 내부에서 가질 수 있는 파수 관 계 모식도

소실되지 않고 전파되는 전자기파는 **회절파** (diffracted wave)라고 하고, 이러한 현상을 **회 절** (diffraction)이라고 합니다.

예를 들어, 그림 4.2에 나온 것 같은, φ의 각도로 비스듬하게 배열된 1차원 창살 구조 (주기는 Λ)를 생각해 봅시다. 여기에 외부에서 입사각 θ_{inc}를 갖는 방향으로 전자 기파가 들어 오는 상황을 생각해 봅시다. $k_{m,x} = k_{inc,x} - mK_x$ 의 관계에서, 일단 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있습니다.

$$k_{m,x} = k_{inc,x} - mK_x$$

$$\rightarrow k_0 n_{avg} \sin \theta_m = k_0 n_{inc} \sin \theta_{inc} - m \frac{2\pi}{\Lambda_x}$$

$$\rightarrow \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{avg} \sin \theta_m = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{inc} \sin \theta_{inc} - m \frac{2\pi}{\Lambda_x}$$

$$\rightarrow n_{avg} \sin \theta_m = n_{inc} \sin \theta_{inc} - m \frac{\lambda_0}{\Lambda_x}$$

$$\rightarrow n_{avg} \sin \theta_m = n_{inc} \sin \theta_{inc} - m \frac{\lambda_0 \sin \phi}{\Lambda}.$$
(3.5)

방정식 (3.5)는 창살 혹은 회절격자 방정식 (grating equation)이라고도 합니다. 물론 2장에 서 배운 바와 같이, 외부에서 입사되는 전자기파는 계면에서 반사될 수도 있으니, n_{avg} 는 전자기파가 어느 쪽의 매질에 있는지를 고려하여 설정하면 됩니다. 방정식 (3.5)의 마지 막 줄을 조금 더 자세하게 살펴 봅시다. 결국, 얼마나 다양한 모드로 전자기파가 창살 구 조에서 회절되는지는 $\frac{\lambda_0}{\Lambda_x n_{avo}}$ 의 값이 결정할 것임을 유추할 수 있을 것입니다. 예를 들어, $\frac{\lambda_0}{\Lambda_1 n_{max}} > 1$ 인 상황에서는 m이 1 이상 혹은 -1 이하의 값을 가지기 어려울 것입니다. 이 경우, 회절은 일어나지 않고, 평평한 계면에서 보던 투과와 반사만 있을 것입니다. 이러 한 상황을 zero-order diffraction이라고 합니다. 그리고, 이러한 조건의 창살을 따로 subwavelength grating이라고 부릅니다. 이번에는 $\frac{\lambda_0}{\Lambda_x n_{ave}} < 1$ 이면서 $\frac{\lambda_0}{\Lambda_x n_{inc}} > 1$ 이라면 어떨까 요? 즉, $n_{inc} < n_{avg}$ 이면서 $\frac{\lambda_0}{n_{avg}} < \Lambda_x < \frac{\lambda_0}{n_{inc}}$ 의 조건을 만족하는 상황입니다. 이 경우, 반사되 는 매질 (즉, 입사 매질)에서의 회절은 없을 것이지만, 투과 매질에서의 회절은 몇 개의 모드를 가지게 될 것입니다. Λ_x 가 조금 더 커지면서 $\frac{\lambda_0}{n_{im}} < \Lambda_x$ 의 조건까지 만족한다면, 이번에는 투과 매질 뿐만 아니라, 반사 매질에서도 회절이 발생할 것입니다. 회절이 반사 와 투과 양쪽 매질 모두에서 발생하되, 그 종류가 별로 없을 경우의 창살을 low order grating이라고 합니다. 이제, Λ_x 가 꽤 커져서, $\frac{\lambda_0}{n_{im}} \ll \Lambda_x$ 의 조건을 만족시킨다면, 회절되 는 모드는 굉장히 많아질 것입니다. 이러한 경우의 창살을 high order grating이라고 합니 다.

창살의 주기를 어떻게 설계해야 회절되는 전자기파를 관찰할 수 있을까요? 역시 방정식 (3.5)를 살펴 봄으로써 알 수 있는 정보일 것입니다. 예를 들어, 수직으로 전자기 파가 입사하는 상황을 생각해 봅시다. 그렇다면, $n_{avg}\sin\theta_m = -m\frac{\lambda_0}{\Lambda_x}$ 일 것입니다. 일단, 회 절이 되려면, $|m| \ge 1$ 이어야 합니다. 편하게, $m \le -1$ 인 경우만 고려해 봅시다. $\sin\theta_m \le 1$ 이니까, 일단, m = -1인 경우라도 얻어 보려면, $\sin\theta_m = \frac{\lambda_0}{n_{avg}\Lambda_x} \le 1$ 의 조건이 만족되어야 합니다. 따라서, 최소 1개 이상의 회절 모드를 얻으려면, $\Lambda_x \ge \frac{\lambda_0}{n_{avg}}$ 의 조건이 만족되어야 합니다. 그러면 회절되는 모드의 개수는 몇 개일까요? $n_{avg}\sin\theta_m = -m\frac{\lambda_0}{\Lambda_x}$ 의 관계식에서, 우선 $\left|m\frac{\lambda_0}{n_{avg}\Lambda_x}\right| \leq 1$ 이어야 합니다. 따라서, m 의 최대값 (양수) m_{max} 는 $m_{max} = \operatorname{Int}\left(\frac{n_{avg}\Lambda_x}{\lambda_0}\right) - 1$ 일 것입니다. 여기서 $\operatorname{Int}(x)$ 는 실수 x보다 큰 정수 중에서, 가장 작은 값을 의미합니다. 따라서, 회절되는 모드의 개수 $M = 2m_{max} + 1$ 로 표현될 수 있을 것입니다.



그림 3.3. 회절 격자를 이용한 분광기 (spectrometer)의 모식도

회절 격자 혹은 창살의 주요 응용 사례는 앞서도 언급한 것 같이, 분광기 (spectrometer)입니다. 회절 격자가 어떻게 빛을 나눌 수 있다는 것일까요? 보통 분광기는, 다양한 파장이 섞인 백색광을 파장 별로 잘게 쪼개는 역할을 합니다. 백색광에 섞인 여 러 파장은, 제 각기 다른 파수를 가지고 있을 것이므로, 회절 격자를 지날 때, 그림 3.3처 럼, 회절되는 모드와 회절 각도도 달라질 것입니다. 각도가 달라지므로, 정해진 각도마다 감지기나 그 빛을 받을 수 있는 소자를 설치하면, 백색광을 파장 별로 분해할 수 있는 것입니다. 분광기 성능은, 입사되는 전자기파의 파장에 대해, 회절되는 각도가 얼마나 민 감하게 변하는지 (Δθ_m)로 결정됩니다. 이 성능 관계식은 방정식 (3.5)로부터 유도할 수 있습니다.

$$n_{avg} \sin \theta_m = n_{inc} \sin \theta_{inc} - m \frac{\lambda_0}{\Lambda_x}$$

$$\rightarrow \frac{\partial \theta_m}{\partial \lambda_0} = -\frac{m}{\Lambda_x n_{avg} \cos \theta_m} \rightarrow \Delta \theta_m \approx \frac{m}{\Lambda_x n_{avg} \cos \theta_m} \Delta \lambda_0.$$
(3.6)

회절 격자 혹은 창살 중에, 재미있는 특성을 가진 시스템이 있습니다. Littrow configuration이라는 구조의 회절 격자입니다. Littrow configuration은 회절 격자 중, blazed grating (혹은 Echelette grating)이라는 회절 격자의 일종입니다. Blazed grating은 주로, 특정 한 회절 모드의 회절 효율을 최대로 만들기 위해 설계된 회절 격자를 의미합니다. 이 중 에서도, Littrow configuration에서는, 반사 매질에서 m = +1의 모드를 갖는 회절 전자기파 가 외부 입사광과 평행인 조건이 만족됩니다. 이 경우, 방정식 (3.5)에서, $\theta_{m=+1} = -\theta_{inc}$ 인 관계가 만족된다는 의미이므로, $2n_{inc} \sin \theta_{inc} = \frac{\lambda_0}{\Lambda_x}$ 의 관계식이 만족됩니다. 이런 종류의 회 절 격자의 성능은, 입사 전자기파의 파장이 조금 변할 때, 회절 각도가 얼마나 많이 변하는지로 결정됩니다. 이는 $\frac{\partial \lambda_0}{\partial \theta} = 2n_{inc}\Lambda_x \cos \theta$ 의 관계에서 $\Delta \lambda_0 = 2n_{inc}\Lambda_x \cos \theta \Delta \theta$ 로 유도됩니다. 이 관계식에서, $\Delta \lambda_0$ 를 파장폭 (linewidth)라고 부릅니다.

마지막으로, 앞서 잠깐 살펴 보았던 subwavelength grating에 대해 조금 더 자세하 게 알아 보겠습니다. Subwavelength grating은 주로, Birefringence diffraction을 위해 응용되는 회절 격자입니다. 그림 3.4에 subwavelength grating의 형태가 그려져 있습니다. 격자의 주 기가 입사 전자기파의 파장보다 충분히 작으므로, 격자 구조체 자체의 유전 상수는 유효 유전 상수 (effective dielectric constant)로 모형화될 수 있을 것입니다. 이를 유효 매질 모 형 (effective medium theory)이라고 합니다. 문제는, 1차원으로 주기가 있는 회절 격자에 편광된 전자기파가 입사되는 경우입니다.



그림 3.4. Subwavelength grating의 모식도

예를 들어, 그림 3.5와 같이, 같은 1차원 회절 격자라고 해도, 이 격자에 격자 파수와 나 란한 방향으로 전기장이 편광된 전자기파 (이를, parallel (║) polarization이라고 합니다)가 입사될 경우와 격자 파수에 수직인 방향으로 전기장이 편광된 전자기파 (이를, perpendicular (⊥) polarization이라고 합니다)가 입사될 경우는 같은 유효 유전 상수를 사 용할 수 없을 것입니다.

일단, **--polarization**에 대해서는, 전기장이 애초에 격자의 이랑-고랑에 평행한 상 황이므로, 변위 전기장 (Electric displacement field, *D*)이 계면에서 연속이라는 조건을 만족 시켜야 합니다. 즉, $\mathbf{D}_{avg} = f\mathbf{D}_1 + (1-f)\mathbf{D}_2 = (f\varepsilon_1 + (1-f)\varepsilon_2)\mathbf{E}_0$ 입니다 (*f* 는 회절 격자 중, ε_1 의 유전 상수를 갖는 영역의 부피 비율). $\mathbf{D}_{avg} = \varepsilon_{\perp}\mathbf{E}_0$ 라고 정의하면, 회절 격자 전체의 유효 유전 상수는 $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_1 f + \varepsilon_2 (1-f)$ 로 표현될 수 있을 것입니다. 따라서, 수학적 형태 를 놓고 보면, 유효 유전 상수는 마치 **산술 평균 (arithmetic mean)**으로 결정되는 것으로 나타납니다. 사실, 조금 더 정확한 형태의 유효 유전 상수는 아래와 같이 표현될 수 있습 니다.

$$\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_1 f + \varepsilon_2 \left(1 - f\right) + \frac{\Delta \varepsilon}{2} \left(\frac{\Lambda}{\lambda_0}\right)^2 + 2\left(n_{inc} \sin \theta \Delta \varepsilon\right)^2 \left(\frac{\Lambda}{\lambda_0}\right)^4$$

이러한 관계식을 higher order effective medium equation이라고 합니다.

그렇다면, **||-polarization**에 대해서는 어떨까요? 이 경우는, 전기장이 격자의 이랑 과 고랑에 계속 수직으로 배향된 경우입니다. 이 경우, 변위 전기장이 아닌, 전기장이 계 면에서 연속이어야 하므로, $\mathbf{E}_{avg} = f\mathbf{E}_1 + (1-f)\mathbf{E}_2 = \mathbf{D}_0 \left(\frac{f}{\varepsilon_1} + \frac{(1-f)}{\varepsilon_2}\right)$ 이고, $\mathbf{E}_{avg} = \mathbf{D}_0 / \varepsilon_{\parallel}$ 라고 정의 하면, 회절 격자 전체의 유효 유전 상수는 $\varepsilon_{\parallel}^{-1} = \varepsilon_1^{-1}f + \varepsilon_2^{-1}(1-f)$ 로 표현될 수 있을 것 입니다. 따라서, 수학적 형태를 놓고 보면, 유효 유전 상수는 마치 **조화 평균** (harmonic mean)으로 결정되는 것으로 나타납니다.



그림 3.5. subwavelength grating에 서로 다른 방향으로 편광된 전자기파가 입사되는 경우의 모식도

따라서, 외부 전자기파의 편광 방향에 따라, 유효 유전 상수가 달라지므로, 회절 격자에 의한 회절 모드도 조금씩 변할 것입니다. 그림 3.6에는 1차원 주기를 갖는 회절 격자에 외부 전자기파가 입사하였을 시, 투과 매질과 반사 매질에서 관측될 수 있는 회 절 모드를 계산한 결과가 나타나 있습니다. 입력 변수는, 700 nm 파장의 입사광이 6,800 nm 주기를 갖는 1차원 회절 격자에 서로 다른 입사각으로 입사하였을 때입니다. 이 때, 투과 매질의 굴절률은 2, 입사 매질의 굴절률은 1로 설정하였습니다. 그림에서 볼 수 있 다시피, 입사각과 입사 전자기파의 편광에 따라, 회절 모드의 개수가 달라집니다.



그림 3.6. 6,800 nm 주기의 1차원 회절 격자에 700 nm 파장을 갖는 외부 전자기파가 입사하였을 경우, 입사각과 편광 방향에 따라 보이는 회절 모드

위에서 살펴 보았듯, 회절격자의 배열 방향에 대해, 수직 혹은 수평 방향으로 전 자기파가 입사할 때, 마치 회절격자의 유전 상수가 달라지는 특성이 나타나므로, subwavelength grating은 전형적인 **복굴절 재료 (Birefringent media)**처럼 작동할 것입니다. 사실, 넓은 의미에서 보았을 때, 이러한 subwavelength grating은 원리적으로는 **광학 메타 재료 (optical meta materials)**에 해당합니다. 광학 메타 재료라는 것은, 화학 조성을 변화 시키지 않고, 오로지 내부 구조의 제어만으로, 광학적 특성을 변화시킬 수 있는 재료를 의미합니다. 주의해야 할 부분은, 회절격자의 주기뿐만 아니라, 깊이 (depth)도 유효 유전 상수에 영향을 미친다는 것입니다. 회절격자의 깊이가 입사 파장에 비해 상대적으로 작 을 경우 (예를 들어, 1/3 이하 정도일 경우), 실제 유효 유전 상수와, 위에서 유도한 유전 상수간에 오차가 점점 커지는 것으로 알려져 있습니다. 이러한 경우의 정확한 유효 유전 approximation (RCWA), Method of lines (MoL) 등)을 통하여 구할 수 있습니다.

Subwavelength grating은 굉장히 유용한 장치를 만드는 데에도 활용될 수 있습니다. 예를 들어, **무반사 코팅 (anti-reflection coating)**을 생각해 봅시다. 무반사 코팅은 태양전지, 렌즈, 센서, 광도파로 등 다양한 분야에 활발히 사용되는 장치입니다. 주로 입사광의 반 사도를 최소로 만들고, 투과 매질로 최대한 많은 빛을 끌어들이는 용도로 활용됩니다. 그 림 3.7에는 무반사 코팅에서 고려되는 다층 박막 구조의 개략도를 그렸습니다. 여기서, 매질 2가 코팅 재료가 될 것입니다.



그림 3.7. 두 개의 계면 (매질 1과 2, 매질 2와 3)에서 반사 혹은 투과되는 전자기파의 모식도. 여기서는 매질 2가 무반사 코팅 재료. 매질 1은 입사 매질, 매질 3은 투과 매질로 설정됨.

그림 3.7에서 일단 매질 1과 매질 2의 계면에서 반사되는 빛 A와 매질 2와 매질 3의 계 면에서 반사되는 빛 B를 중점적으로 살펴 봅시다. 만약 A와 B의 위상차가 정확히 (2m+1) # 라면 (여기서 m은 정수) 두 빛은 **상쇄 간섭 (destructive interference)** 되어, 입 사 매질로 반사되는 빛의 강도가 매우 약해질 것입니다. 즉, 반사도가 거의 0이 될 것입 니다. 이러한 조건을 만족시키기 위해서는 어떻게 무반사 코팅 재료를 설계해야 할까요? 일단, 앞서 공부한 Fresnel 반사 이론을 상기해 보면, 저-굴절률 매질에서 고-굴절률 매질 로 빛이 들어왔다 반사될 때, 위상이 뒤집히는 것을 기억할 수 있을 것입니다. 따라서, 빛 A는 일단 위상이 #만큼 바뀝니다. 빛 B는 1에서 2로 넘어갈 때 투과되었으므로 위상 차는 없지만, 매질 2와 3의 계면에서 반사될 때, 매질 2의 굴절률이 매질 3보다 작으므로, 다시 위상차가 #만큼 추가됩니다. 이제, 이동 거리에 따른 위상차를 생각해 봅시다. A파 와 B파는 x-방향으로 동일한 거리를 움직였습니다. 그렇다면 A파 B파의 x-방향으로의 진행으로 인한 위상차, 즉 $\Delta \phi_x = \Delta x k_x = \Delta \phi_x = 0$ 일 것입니다. 그러나 *z*-방향은 어떨까요? A파는 매질 2를 왕복하지 않았지만, B는 매질 2를 왕복 후에, 다시 투과되어 나온 상황 입니다. 그렇다면 A파에 대해, B파는 상대적으로 *z*-방향으로의 추가적 움직임에 의한 위 상차, $\Delta \phi_z = \Delta z k_z = 2 d k_{2z}$ 가 발생할 것입니다. 따라서, 거리에 따른 위상차는 $\Delta \phi = \Delta \phi_B - \Delta \phi_A = 2 d k_{2z} = 2 d k_0 n_2 \cos \theta_2$ 로 쓸 수 있을 것입니다. 따라서 빛 A와 빛 B의 전 체 위상차는 아래 식과 같이 쓸 수 있습니다.

$$\phi_A = \pi, \ \phi_B = \pi + 2dk_0 n_2 \cos \theta_2$$
$$\rightarrow \phi_B - \phi_A = 2dk_0 n_2 \cos \theta_2 = \frac{4\pi dn_2 \cos \theta_2}{\lambda_0}$$

상쇄 간섭을 위해서는 이 위상차가 $(2m+1)\pi$ 이 되어야 한다고 했습니다. 따라서, 다음의 관계식이 필요합니다.

$$d = \frac{\lambda_0 \left(m + \frac{1}{2}\right)}{2n_2 \cos \theta_2}, \ m = 0, \ 1, \ 2, \cdots.$$
(3.7)

보통, 입사각은 매우 작고 코팅 재료는 가능하면 얇게 만들기를 원하므로, $m=0 \circ z$ 설 정하면, 방정식 (3.7)은 $d = \frac{\lambda_0}{4n_2}$ 같이 더 단순화시킬 수 있습니다. 이는 마치 코팅 재료의 두께가 입사광 파장의 1/4이 된 것 같은 형식이므로, 무반사 코팅 재료의 원리는 '반의 반 (혹은 1/4) 파장원리' (quarter wavelength principle) 이라고도 부릅니다. 그렇지만, 아직 한 가지 조건이 더 남았습니다. 입사 매질 1 (n_1) 과 투과 매질 3의 굴절률 (n_3) 을 알고 있을 때, 과연 코팅 재료의 굴절률 n_2 은 어떻게 정해져야 할까요? 대략 $n_2 = (n_1 + n_3)/2$ 같이 평균을 내면 될까요? 아닙니다. 위상차가 $(2m+1)\pi$ 이어야 하는 조 건과 더불어, 빛 A와 B의 진폭 (amplitude)도 같아야 하지 않겠습니까? 그래야만 정확히 상쇄가 되어 아무것도 남지 않을 것이니까요. 이를 계산해 보기 위해, 앞서 배웠던 프레 넬 반사의 원리를 다시 한번 생각해 봅시다. 프레넬 모형에 따르면, 매질 1과 매질 2의 계면에서 빛이 반사될 경우, 반사 계수 (반사도가 아닙니다. Reflection coefficient입니다) 는 $r_{12} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$ 로 표현할 수 있었습니다. 마찬가지로 매질 2와 3의 계면에서의 반사 계수

는
$$r_{23} = \frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2}$$
이 될 것입니다. 반사 계수의 물리적 의미는, 입사광의 진폭 대비, 반사광

의 진폭의 비율을 의미하는 것임을 기억해 봅시다. 따라서, 빛 A와 B의 진폭이 같아지려 면 $r_{12} = r_{23}$ 의 조건이 만족되어야 합니다. 따라서, $\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = \frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2}$ 의 관계에서, $n_2 = (n_3 n_1)^{1/2}$ 임을 유도할 수 있습니다. 즉, 무반사 코팅 재료의 굴절률은 입사 매질과 투 과 매질의 **기하 평균 굴절률 (geometric mean refractive index)**로 결정되는 것을 알 수 있습니다.

이제 무반사 코팅 재료의 설계 원리를 다 배웠습니다. 그래서 원래 공부하고 있 었던 subwavelength grating과 무반사 코팅 재료가 무슨 관계가 있다는 말입니까? 사실, 핵심은 $n_2 = (n_3 n_1)^{1/2}$ 에 있습니다. 무반사 코팅 재료의 두께는 공정 변수를 잘 통제하면 (예를 들어, 증착 속도나 시간 등), 얼마든지 정밀하게 제어할 수 있습니다. 그렇지만, $n_2 = (n_3 n_1)^{1/2}$ 의 조건을 딱 만족시키는 코팅 재료를 찾을 수 있다는 보장이 없지 않겠습니 까? 실제로, 주로 많이 쓰는 유리와 공기의 계면을 생각해 봅시다. 유리의 굴절률은 대략 1.5입니다. 그렇다면, 최적의 무반사 코팅 재료의 굴절률은 $n_2 = (n_3 n_1)^{1/2} = 1.225$ 이어야 할 것입니다. 문제는, 자연계에 이 정도의 낮은 굴절률을 갖는 재료가 거의 없다는 것입니다. 무반사 코팅 재료로 많이 쓰는 불화 마그네슘 (MgF₂) 같은 재료의 경우, 굴절률이 1.38 정도입니다. 그렇지만 이 재료의 굴절률 역시, 최적의 굴절률 1.225와는 조금 차이가 있 습니다. 그래서, 이를 위해 subwavelength grating에서 가능했던 유효 유전 상수의 관계 식을 도입하게 되는 것입니다.

예를 들어, **L**-polarization에 대해서는, $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_1 f + \varepsilon_2 (1 - f)$ 의 관계가 성립하므로, $n_{\perp}^2 = n_1^2 f + n_2^2 (1 - f)$ 이고, 따라서, 아래의 관계식을 갖습니다.

$$f = \frac{n_{\perp}^{2} - n_{2}^{2}}{n_{1}^{2} - n_{2}^{2}} = \frac{n_{1}n_{2} - n_{2}^{2}}{n_{1}^{2} - n_{2}^{2}}.$$
(3.8)

마찬가지로, **||-polarization**에 대해서는, $\varepsilon_{\parallel}^{-1} = \varepsilon_{1}^{-1}f + \varepsilon_{2}^{-1}(1-f)$ 의 관계가 성립하므로, $n_{\perp}^{-2} = n_{1}^{-2}f + n_{2}^{-2}(1-f)$ 이고, 따라서 아래의 관계식을 갖습니다.

$$f = \frac{\left(1/n_{\parallel}\right)^{2} - \left(1/n_{2}\right)^{2}}{\left(1/n_{1}\right)^{2} - \left(1/n_{2}\right)^{2}} = \frac{\left(1/n_{1}n_{2}\right) - \left(1/n_{2}\right)^{2}}{\left(1/n_{1}\right)^{2} - \left(1/n_{2}\right)^{2}}.$$
(3.9)

따라서, 편광 방향에 따라, 회절격자의 groove 부분이 차지하는 부피의 비율 f 를 조절 하면, 주어진 입사광 파장에 대해, 반사도를 최소화할 수 있는 무반사 코팅 매질을 제작 할 수 있는 것입니다.



그림 3.8. (위) 피라미드 혹은 원뿔 형태로 배열된 subwavelength grating (tapered grating)에 의한 광대역 무반사 코팅 매질의 성능 (아래) 입사광의 편광 방향에 상관 없는 tapered grating 구조의 무반사 코팅 매질의 모식도

사실, 이러한 무반사 코팅 매질이 특정 파장에 대해서만 반사도를 최소화할 수 있다면,

용도는 굉장히 제한적일 것입니다. 단파장 레이저 광원에 대해서 반사도를 정확히 제어 하는 용도가 아니라면, 사실 쓸모가 거의 없을 것이니까요. 그렇지만, 무반사 코팅을 꼭 단파장 반사도 최소화에만 적용할 수 있는 것은 아닙니다. 만약 매질 계면에 수직인 방 향으로, groove 혹은 ridge의 비율을 연속적으로 제어할 수 있다면, 여러 파장에 대해서 도 반사도를 최소화할 수 있을 것입니다. 예를 들어 그림 4.8의 첫 번째 그림에서 나타 낸 것처럼, 피라미드 혹은 원뿔 모양 (이러한 모양의 subwavelength grating을 **tapered grating**이라고 합니다)으로 subwavelength 회절 격자를 설계하여 무반사 코팅 매질을 제작한다면, 광대역 입사광에 대해서도 반사도를 최소화할 수 있습니다.

광대역 입사광에 대해 반사도를 최소화할 수 있다면, 넓은 범위의 파장 대역을 갖는 입사광의 **수광 효율 (absorption efficiency)**을 올리는 데 많은 기여를 할 수 있을 것입니다. 예를 들어, 자외선-가시광-적외선까지 넓은 파장 대역에서 강한 세기를 갖고 있는 태양 스펙트럼을 최대한 많이 흡수하고 싶다면, 이러한 형태의 subwavelength grating 구조의 무반사 코팅 매질을 제작하면 될 것입니다. 특히, 입사광의 편광 방향에 따라, 유효 유전 상수가 바뀌는 것을 감안하여, 아예 편광에 대한 의존도를 낮추기 위해, 그림 3.8의 아래 그림처럼, 2차원으로 주기적인 구조 (예를 들어, 정사각형 배열체나 육각 밀집구조)로 tapered grating을 만들면, 더 수광 효율이 좋아질 것입니다. 이러한 방식의 광대역 무반사 코팅 매질은 실제로 실리콘 태양전지의 바깥 층에 적용되어, 수광 효율을 최대화하는데 기여하고 있습니다.