Tuning Name : DCLR method

Reference: Y. Lee, S. Park, M. Lee and C. Brosilow, “PID Controller Tuning for Desired Closed-Loop Responses for SI/SO Systems” AIChE, 44, 106-115, 1998.

Method : IMC 제어기를 Maclaurin series로 전개하고 고차항들을 무시함으로써 PID 제어기를 얻는다.

Tuning rule

공정	원하는 폐루프 응답(C/R)	K_c	τ_I	τ_D
$\frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s+1}$	$\frac{e^{-\theta s}}{\lambda s+1}$	$\frac{\tau_I}{K(\lambda+\theta)}$	$\tau+\frac{\theta^2}{2(\lambda+\theta)}$	$\frac{\theta^2}{6(\lambda+\theta)}\left[3-\frac{\theta}{\tau_I}\right]$
$\frac{Ke^{-\theta s}}{\tau^2 s^2+2\varsigma\tau s+1}$	$\frac{e^{-\theta s}}{(\lambda s+1)^2}$	$\frac{\tau_I}{K(2\lambda+\theta)}$	$2\varsigma\tau-\frac{2\lambda^2-\theta^2}{2(2\lambda+\theta)}$	$\tau_I-2\varsigma\tau+\frac{\tau^2-\frac{\theta^3}{6(2\lambda+\theta)}}{\tau_I}$
	$\frac{e^{-\theta s}}{\lambda s+1}$	$\frac{\tau_I}{K(\lambda+\theta)}$	$2\varsigma\tau+\frac{\theta^2}{2(\lambda+\theta)}$	$\tau_I-2\varsigma\tau+\frac{\tau^2-\frac{\theta^3}{6(\lambda+\theta)}}{\tau_I}$

Tuning Name : SIMC

Reference: S. Skogestad, “Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning” Journal of Process Control, 13, 291-309, 2003.

Method : IMC 제어기의 단점으로 시간지연이 큰 공정에서 외란에 대한 응답이 나쁘다는 것은 잘 알려져 있는데, 다음과 같은 형태의 상용의 PID제어기의 적분시간(τ_I)을 조정함으로 서 이를 극복한다.

$$G_c(s) = K_c\left(\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s}\right)(\tau_D s + 1) = \frac{K_c}{\tau_I s}\left(\tau_I \tau_D s^2 + (\tau_I + \tau_D)s + 1\right)$$

Tuning rule

공정	K_c	τ_I	τ_D
$\frac{ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$	$\frac{1}{k}\frac{\tau_I}{2\theta}$	$\min\{\tau_1, 8\theta\}$	τ_2
$\frac{ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s+1)}$	$\frac{1}{k}\frac{\tau_I}{2\theta}$	$\min\{\tau_1, 8\theta\}$	0
$\frac{k'e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{1}{k'}\frac{1}{2\theta}$	8θ	0
$\frac{k'e^{-\theta s}}{s(\tau_2 s+1)}$	$\frac{1}{k'}\frac{1}{2\theta}$	8θ	τ_2
$\frac{k''e^{-\theta s}}{s^2}$	$\frac{1}{k''}\frac{1}{2\theta}$	8θ	8θ
$ke^{-\theta s}$	$G_c(s) = \frac{1}{2k\theta s}$		

comment :
외란에 대한 응답은 좋아지지만, 설정점응답은 약간 나빠지는 경향이 있다.

Tuning Name :

Reference: M. Chidambaram and R. P. Sree, “A simple Method of tuning PID controller for integrator/dead-time process” Computer and chemical engineering, 27, 211-215, 2003.

Method : 다음과 같이 시간지연이 있는 적분공정을 고려한다.

$$G(s) = K\exp(-\theta s)/s$$

이러한 공정에 direct synthesis 법을 적용하고, 폐루프 전달함수의 분모에 있는 시간지연항을 1차 Pade 근사하면, PID 제어기가 얻어진다. 이때 폐루프 전달함수에서 분자의 상수항을 제외한 polynomial을 분모의 α배로 둔다.

Tuning rule

제어기	$K_c K_p \theta$	τ_I/θ	τ_D/θ
PID	$\frac{4\alpha^2}{(1+\alpha)^2}$	$0.5\left(\frac{1+\alpha}{\alpha-1}\right)$	$0.25\left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right)$
PI	$\frac{2\alpha}{1+\alpha}$	$0.5\left(\frac{1+\alpha}{\alpha-1}\right)$	-
PD	1		0.5

* α는 하나의 tuning parameter로 1.25가 추천된다.

Tuning Name : RL rules

Reference: G. Marchetti, C. Scali and D. R. Lewin, "Identification and control of open-loop unstable processes by relay methods" Automatica, 37, 2049-2055, 2001.

Method : 불안정한 공정에 IMC법을 적용하는데 안정성을 고려하기 위하여 다음의 IMC filter를 사용하고, 0차나 1차의 Pade근사를 이용한다.

$$f(s) = \frac{\gamma s + 1}{(\lambda s + 1)^2}, \quad \gamma = \lambda\left(\frac{\lambda}{\tau} + 2\right)$$

Tuning rule

공정	근사 모델	$K_c K_p$	τ_I	τ_D
$\frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau s - 1)}, \ \theta << \tau$	$\frac{K}{(\tau s - 1)}$	$\frac{\tau\gamma}{\lambda^2}$	γ	0
$\frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_u s - 1)}$	$\frac{K}{(\tau s - 1)((\theta/2)s + 1)}$	$\frac{\tau(\gamma + \theta/2)}{\lambda^2}$	$\gamma + \theta/2$	$\frac{\gamma\theta/2}{\gamma + \theta/2}$
$\frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau s - 1)(\tau_s s + 1)}, \ \theta << \tau_s$	$\frac{K}{(\tau s - 1)(\tau_s s + 1)}$	$\frac{\tau(\gamma + \tau_s)}{\lambda^2}$	$\gamma + \tau_s$	$\frac{\gamma\tau_s}{\gamma + \tau_s}$
$\frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau s - 1)(\tau_s s + 1)}, \ \theta >> \tau_s$	$\frac{K}{(\tau s - 1)((\theta/2)s + 1)}$	$\frac{\tau(\gamma + \theta/2)}{\lambda^2}$	$\gamma + \theta/2$	$\frac{\gamma\theta/2}{\gamma + \theta/2}$

Tuning Name :

Reference: A. Visioli, “Optimal tuning of PID controllers for integral and unstable processes” IEE Proc. Control theory appl., 148, 180-184, 2001.

Method : 불안정한 공정과 적분공정에 대하여 다음의 목적함수를 최소화 시키는 방법이다.

$$J_n = \int_0^{\infty} t^n (r - y)^2 dt$$

Tuning rule

공정	tuning 방법		K_c	τ_I	τ_D
$\frac{K}{s}e^{-\theta s}$	Setpoint tracking	ISE(n=0)	$1.03/K\theta$		0.49θ
		ITSE(n=1)	$0.96/K\theta$		0.45θ
		ISTE(n=2)	$0.90/K\theta$		0.45θ
	Disturbance rejection	ISE(n=0)	$1.37/K\theta$	1.49θ	0.59θ
		ITSE(n=1)	$1.36/K\theta$	1.66θ	0.53θ
		ISTE(n=2)	$1.34/K\theta$	1.83θ	0.49θ
$\frac{K}{\tau s+1}e^{-\theta s}$	Setpoint tracking	ISE(n=0)	$1.32/K(\theta/\tau)^{-0.92}$	$4.00(\theta/\tau)^{0.47}\tau$	$\frac{3.78T\left(1-0.84(\theta/\tau)^{-0.02}\right)}{(\theta/\tau)^{-0.95}}$
		ITSE(n=1)	$1.38/K(\theta/\tau)^{-0.90}$	$4.12(\theta/\tau)^{0.90}\tau$	$\frac{3.62T\left(1-0.85(\theta/\tau)^{-0.02}\right)}{(\theta/\tau)^{-0.93}}$
		ISTE(n=2)	$1.35/K(\theta/\tau)^{-0.95}$	$4.52(\theta/\tau)^{1.13}\tau$	$\frac{3.70T\left(1-0.86(\theta/\tau)^{-0.02}\right)}{(\theta/\tau)^{-0.97}}$
	Disturbance rejection	ISE(n=0)	$1.37/K(\theta/\tau)^{-1}$	$2.42(\theta/\tau)^{1.18}\tau$	$0.60(\theta/\tau)\tau$
		ITSE(n=1)	$1.37/K(\theta/\tau)^{-1}$	$3.67(\theta/\tau)^{1.39}\tau$	$0.55(\theta/\tau)\tau$
		ISTE(n=2)	$1.7/K(\theta/\tau)^{-1}$	$4.68(\theta/\tau)^{1.52}\tau$	$0.50(\theta/\tau)\tau$

Tuning Name :

Reference: E. Poulin and A. Pomerleau, "PI Settings for Integrating Processes Based on Ultimate Cycle Information" IEEE Transactions on Control Systems Technology, 7, 509-511, 1999.

Method : 적분 공정에 대하여 resonance peak Mr=5dB로 정함으로해서 다음의 tuning rule이 얻어 진다.

Tuning rule

공정	K_c	τ_I
$\frac{Ke^{-\theta s}}{s}$	$0.34K_u$	$1.04P_u$
$\frac{Ke^{-\theta s}}{s(1+\tau s)}$	$2.13/P_uK_p$	$1.04P_u$

* 여기서, Ku와 Pu는 ultimate gain과 ultimate period이다.

Tuning Name :

Reference: Y. Lee, J. Lee and S. Park, "PID controller tuning for integrating and unstable process with delay" Chemical Engering Science, 55, 3481-3493, 2000.

Method : 불안정한 공정에 대하여 IMC 제어기를 설계한 다음 Maclaurin series를 이용하여 전개하고 고차항들을 무시함으로서 PID 제어기를 얻을 수 있고, 설정점 응답의 큰 Overshoot를 없애기 위하여 two degree of freedom 제어기를 얻는다.

Tuning rule

	Process		K_c	τ_I
FODUP		$G(s)=\dfrac{Ke^{-\theta s}}{\tau s-1}$	$K_c=\dfrac{\tau_I}{-K(2\lambda+\theta-\alpha)}$	$\tau_I=-\tau+\alpha-\dfrac{\lambda^2+\alpha\theta-\theta^2/2}{2\lambda+\theta-\alpha}$
SODUP	a. with one unstable pole	$G(s)=\dfrac{Ke^{-\theta s}}{(\tau s-1)(as+1)}$	$K_c=\dfrac{\tau_I}{-K(2\lambda+\theta-\alpha)}$	$\tau_I=-\tau+a+\alpha-\dfrac{\lambda^2+\alpha\theta-\theta^2/2}{2\lambda+\theta-\alpha}$
	b. with two unstable poles	$G(s)=\dfrac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s-1)(\tau_2 s-1)}$	$K_c=\dfrac{\tau_I}{K(4\lambda+\theta-\alpha_1)}$	$\tau_I=-\tau_1-\tau_2+\alpha_1-\dfrac{6\lambda^2-\alpha_2+\alpha_1\theta-\theta^2/2}{4\lambda+\theta-\alpha_1}$

	Process		τ_D	Set point filter
FODUP		$G(s)=\dfrac{Ke^{-\theta s}}{\tau s-1}$	$\tau_D=\dfrac{-\tau\alpha-(\theta^3/6-\alpha\theta^2/2)/(2\lambda+\theta-\alpha)}{\tau_I}-\dfrac{\lambda^2+\alpha\theta-\theta^2/2}{2\lambda+\theta-\alpha}$	$1/(\alpha s+1)$
SODUP	a. with one unstable pole	$G(s)=\dfrac{Ke^{-\theta s}}{(\tau s-1)(as+1)}$	$\tau_D=-\dfrac{-\tau\alpha+a\alpha-a\tau}{\tau_I}-\dfrac{(\theta^3/6-\alpha\theta^2/2)/(2\lambda+\theta-\alpha)}{\tau_I}-\dfrac{\lambda^2+\alpha\theta-\theta^2/2}{2\lambda+\theta-\alpha}$	$1/(\alpha s+1)$
	b. with two unstable poles	$G(s)=\dfrac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s-1)(\tau_2 s-1)}$	$\tau_D=\dfrac{\alpha_2+\tau_1\tau_2-(\tau_1+\tau_2)\alpha_1-(4\lambda^3+\theta\alpha_2+\theta^3/6-\alpha_1\theta^2/2)/(4\lambda+\theta-\alpha_1)}{\tau_I}-\dfrac{6\lambda^2-\alpha_2+\alpha_1\theta-\theta^2/2}{4\lambda+\theta-\alpha_1}$	$1/(\alpha_2 s^2+\alpha_1 s+1)$

FODUP와 SODUP(a)에서, $\alpha=\tau\left[(\lambda/\tau+1)^2 e^{\theta/\tau}-1\right]$, $\dfrac{C}{R}=e^{-\theta s}/(\lambda s+1)^2$

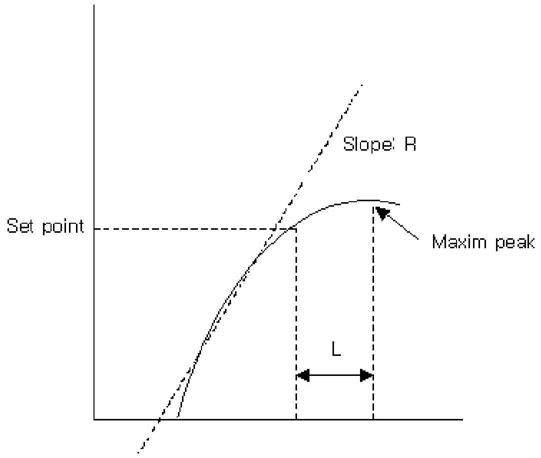
SODUP(b)에서는, $1-(\alpha_2 s^2+\alpha_1 s+1)e^{-\theta s}/(\lambda s+1)^4\Big|_{s=1/\tau_1,1/\tau_2}=0$, $\dfrac{C}{R}=e^{-\theta s}/(\lambda s+1)^4$

Tuning Name : Switch Step Response Method

Reference: Y. Zhi and W. Jingling, "Auto-Tuning of PID Parameters Based on Switch Step Response" IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems, 779-782, 1997.

Method : Ziegler-Nichols Step Response Method에서 계단 응답 대신에 switch Step Response를 이용한 방법이다.

(Step 1) open loop 상태에서 공정의 입력 값을 최대로 한다.
(Step 2) 공정의 출력이 설정점에 도달하는 순간, 공정의 입력을 0으로 한다.
(Step 3) 이 응답으로부터 일차 시간 지연 공정을 얻고 이로부터 제어기를 설계한다.



Tuning rule

제어기	K_c	τ_I	τ_D
P	1/RL		
PI	0.9/RL	3L	
PID	1.2/RL	2L	L/2

Tuning Name :

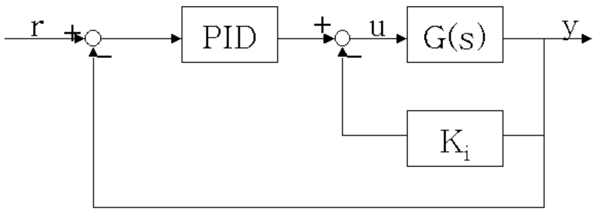
Reference: Y. G. Wang and W. J. Cai, “PID Tuning for Integrating Processes with Sensitivity Specification” Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, 4087-4091, 2001.

Method : 다음의 적분 공정에 대하여

$$G(s)=\frac{Ke^{-\theta s}}{s(\tau s+1)}$$

그림과 같이 먼저 안쪽의 gain으로 안정화 시킨 다음, 안정화된 공정에 대하여 다음의 sensitivity(M_s) 값이 적당한 값(1.3~2.0)을 갖도록 PID 제어기의 조율값을 정한다.

$$M_s = \max_{0<\omega<\infty}\left|\frac{1}{1+G(j\omega)G_c(j\omega)}\right|$$



이 형태의 제어 알고리즘은 setpoint weighting을 가지는 다음의 제어기로 바뀔 수 있다.

$$u(s)=K_c\left(b(r(s)-y(s))+\left(\frac{1}{\tau_I s}+\tau_D s\right)e(s)\right)$$

Tuning rule

K_c	K_c/τ_I	$K_c\tau_D$	B
$\frac{1}{K\theta}\left(1.3608-\frac{1.2064}{M_s}\right)$	$\frac{1}{K\theta^2}\left(0.29-\frac{0.3016}{M_s}\right)$	$\frac{\tau+0.1\theta}{K\theta}\left(1.45-\frac{1.508}{M_s}\right)$	$\frac{1.1608M_s-1.2064}{1.3608M_s-1.2064}$

Tuning Name :

Reference: J. C. Shen, “New Tuning Method for PID Controller” Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications , 459-464, 2001.

Method : 다음의 일차 시간지연 공정

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$$

에 대하여 다음의 목적함수를 최소화 시키면서 1.4~2.0의 sensitivity(M_s) 값을 갖는 tuning parameter를 genetic Algorithm을 이용하여 찾는다.

$$J = \int_0^\infty |e_s(t)| dt + \int_0^\infty |e_d(t)| dt$$

여기서, e_s는 설정점 계단응답의 error, e_d는 외란 계단응답의 error이다.

$$M_s = \max_{0<\omega<\infty} \left| \frac{1}{1 + G(j\omega)G_c(j\omega)} \right|$$

제어기의 형태는 다음과 같다.

$$u(s) = K_c \left(b(r(s) - y(s)) + \left(\frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) e(s) \right)$$

Tuning rule

Step response method:

공정		a_0	a_1	a_2
$\frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$	αK_c	2.94	-11.63	11.15
	τ_i/θ	1.88	-3.63	0.86
	τ_D/θ	-0.25	-0.06	-1.99
	B	-0.22	-0.90	1.45

여기서 $\alpha = K\theta/\tau$ 이고, 각 parameter는 $f(T) = \exp(a_0 + a_1 T + a_2 T^2)$, $T = \theta/(\theta + \tau)$, 의 형태로 주어진다.

frequency response method:

	a_0	a_1	a_2
K_c/K_u	0.17	-2.62	1.79
τ_i/P_u	-0.02	-2.62	1.34
τ_D/P_u	-1.70	-0.59	-0.25
B	-0.30	-0.48	0.93

여기서, Ku와 Pu는 ultimate gain과 ultimate period이다. 각 parameter는 $f(\delta) = \exp(a_0 + a_1\delta + a_2\delta^2)$, $\delta = 1/KK_u$, 의 형태로 주어진다.

Tuning Name :

Reference: I. Branica, I. Petrovic and N. Peric, “Toolkit for PID Dominant Pole Design” Electronics, Circuits and Systems, 9th International Conference on , 3, 2002

Method : 다음의 일차 시간 지연 공정에 대하여 dominant pole design method를 적용하였다.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$$

Tuning rule

θ/τ	K_c	τ_I	τ_D
$0.1 \le \theta/\tau \le 0.5$	$\frac{1}{K}(0.021 + 0.788\,\theta/\tau)$	$1.534\theta(\theta/\tau)^{-0.326}$	$0.233\theta(\theta/\tau)^{-0.055}$
$0.5 < \theta/\tau \le 1.1$	$\frac{1}{K}(0.292 + 0.671\,\theta/\tau)$	$1.239\theta(\theta/\tau)^{-0.554}$	$0.230\theta(\theta/\tau)^{-0.069}$
$1.1 < \theta/\tau \le 2.0$	$\frac{1}{K}(0.338 + 0.623\,\theta/\tau)$	$1.228\theta(\theta/\tau)^{-0.480}$	$0.231\theta(\theta/\tau)^{-0.120}$

Tuning Name :

Reference: J. J. Huang, “Automatic Tuning of the PID Controller for servo Systems Based on Relay Feedback”, Industrial Electronics Society, 2000, 26th Annual Confjerence of the IEEE , 2, 1445-1450, 2000

Method : hysteresis가 있는 relay를 이용하면 다음의 형태를 갖는 공정을 확인할 수가 있다.

$$G(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)}$$

$$\tau = \frac{1}{\omega}\tan\left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{\varepsilon}{\sqrt{a^2 - \varepsilon^2}}\right)$$

$$K = \frac{\omega}{K_u}\sqrt{\omega^2\tau^2 + 1}$$

Single point relay excitation method : 이 공정에 대하여 $\tau_D = \alpha\tau_I$ 로 두고, ITAE값을 최소화하는 특성방정식과의 계수 비교에 의하여 PID tuning 값을 구한다.

$$K_c = \frac{\omega_0(1.75\omega_0\tau - 1)}{2.15\alpha K}$$

$$\tau_I = \frac{2.15}{\omega_0}$$

$$\tau_D = \alpha\tau_I$$

여기서, ω_0 :desired closed loop band width

Dual point relay excitation method : 위의 공정에 대하여 두번의 relay with hysteresis를 이용하면, 두 점에서의 주파수 응답을 얻을 수 있고, 이로부터 dominant pole design method를 이용하고, closed loop 특성방정식을 Taylor serious 전개하여 tuning parameter를 얻을 수 있다.

$$K_c = \kappa/(n_1 - n_2 - \kappa n_3)$$

$$\tau_I = \frac{-m_2 + \sqrt{m_2^2 - 4m_1m_3}}{2m_i}$$

여기서

$$\kappa = \sqrt{1-\varsigma_d^2}\,(\omega_2 - \omega_1)\Big/\omega_2\varsigma_d$$

$$m_1 = \alpha(b_1\omega_1 - b_2\omega_2 + \kappa a_2\omega_2)$$

$$m_2 = a_2 - a_1 + \kappa b_2$$

$$m_3 = b_2/\omega_2 + b_1/\omega_1 - \kappa a_2/\omega_2$$

$$n_1 = b_2 + a_2(\alpha\omega_2\tau_I - 1/\omega_2\tau_I)$$

$$n_2 = b_1 + a_1(\alpha\omega_1\tau_I - 1/\omega_1\tau_I)$$

$$n_3 = a_2 + b_2(\alpha\omega_2\tau_I - 1/\omega_2\tau_I)$$

$$G(j\omega_1) = a_1 + jb_1$$

$$G(j\omega_2) = a_2 + jb_2$$

ω_2 :desired closed loop band width

ω_1 : ω_2 근처의 임의의 주파수

Tuning Name :

Reference: G. Zhang, C. Shao and T. Chai, "A New Method For Independently Tuning PID Parameters" Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, 2527-2532, 1996.

Method : 공정이 주어진 Gain margin과 Phase Margin을 갖도록 설계하는 방법으로 hysteresis가 있는 relay를 이용한다.

Tuning rule

hysteresis의 크기를 $\frac{4d}{\pi}\sin\phi_m$ 로 하면 다음의 tuning rule를 얻을 수 있다.

	K_c	τ_I	τ_D
$\lvert G(j\omega)\rvert > 1$	$\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}\sqrt{\chi_0^2+\sin\phi_m}}$	$\frac{K_g^2-1}{K_g\omega(\beta-\alpha K_g)}$	$\frac{\beta K_g-\alpha}{\omega(K_g^2-1)}$
$\lvert G(j\omega)\rvert < 1$	$\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}\sqrt{\chi_0^2+\sin\phi_m}}$	$\frac{K_g^2-1}{K_g\omega(\beta+\alpha K_g)}$	$\frac{\beta K_g+\alpha}{\omega(K_g^2-1)}$

여기서, $\chi_0 = \frac{\pi}{4d}\sqrt{a^2-\varepsilon^2}$,

$\lvert G(j\omega)\rvert > 1$ 이면, $\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} = \frac{\sin\phi_m}{\sqrt{\chi_0^2+\sin^2\phi_m}}(\chi_0-\cos\phi_m)$, $\alpha K_g+1.0 \le \beta \le \alpha K_g+1.2$

$\lvert G(j\omega)\rvert < 1$ 이면, $\frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} = \frac{\sin\phi_m}{\sqrt{\chi_0^2+\sin^2\phi_m}}(\cos\phi_m-\chi_0)$, $-0.4 \le \beta \le 0.4$

ϕ_m: phase margin
K_g: gain margin
ε: hysteresis의 크기
d : relay의 크기
ω : relay 출력의 주파수
a : 공정 출력의 크기

외란에 대한응답을 우수하게 하려면 가장큰 β값을 사용한다.