PID 제어기 Tuning

2003.4.1
경북대 화공과 이지태

산업현장에서 사용되고 있는 제어기의 대부분은 PID 제어기 혹은 이것을 응용한 제어기이다. PID 제어기는 몇몇 특수한 공정을 제외하면 매우 우수한 성능을 보장한다. 구조가 간단하지만 여러 공정과 결합하여 나타나는 응답은 다소 복잡하여 이 제어기의 tuning 은 쉬운 작업이 아니다. 이 제어기의 범용성에 비추어 매우 많은 tuning 방법이 제안되어 있으며 아직도 연구결과가 발표되고 있다. PID 제어기 tuning 법은 여러 분야 (전기, 전자, 기계, 항공, 화공)에서 연구되어지고 있는데 서로간의 정보교류가 적어 연구결과가 알려지지 않고 있거나 연구가 중복되는 것을 볼 수 있다. 본 조사는 지금까지 발표된 PID 제어기 tuning 법을 정리하여 화공산업현장에서 최적의 tuning 방법을 찾을 수 있도록 하고, 또한 이것에 관한 연구를 하고자 하는 학생들이 쉽게 이것에 관한 현황과 연구방향을 찾을 수 있도록 한다.

Tuning Name: Internal Model Control

Reference: Rivera, D. E., S. Skogestad and M. Morari, "Internal Model Control 4. PID Controller Design." Ind. Eng. Chem. Proc. Des. & Dev., 25, 252-265, 1986.

Method: Internal model control 원리에 따라 제어기를 설계하는데, 공정이 일차 혹은 이차일 때 PID 제어기가 얻어진다. 이는 나중에 direct synthesis 법과 일치한다는 것이 밝혀졌다. 제어기 C(s)는

$$\frac{G(s)C(s)}{1+G(s)C(s)} = H(s)$$

을 만족하도록 설계된다. 여기서 G(s)는 공정의 전달함수이고, H(s)는 설정점응답을 결정하는 원하는 폐루프 전달함수이다. 공정에 따라 PID 제어기가 얻어진다.

Tuning Rules:

공정	kK_c	τ_I	τ_D	τ_F
$k/(\tau s+1)$	τ/λ	τ		
$k/(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)$	$(\tau_1+\tau_2)/\lambda$	$\tau_1+\tau_2$	$\tau_1\tau_2/(\tau_1+\tau_2)$	
$k/(\tau^2 s^2+2\zeta\tau s+1)$	$2\zeta\tau/\lambda$	$2\zeta\tau$	$\tau/(2\zeta)$	
$k(-\beta s+1)/(\tau s+1)$	$\tau/(2\beta+\lambda)$	τ		$\beta\lambda/(2\beta+\lambda)$
$k(-\beta s+1)/(\tau^2 s^2+2\zeta\tau s+1)$	$2\zeta\tau/(2\beta+\lambda)$	$2\zeta\tau$	$\tau/(2\zeta)$	$\beta\lambda/(2\beta+\lambda)$
k/s	$1/\lambda$			
k/s	$2/\lambda$	2λ		
$k/(s(\tau s+1))$	$1/\lambda$		τ	
$k/(s(\tau s+1))$	$(2\lambda+\tau)/\lambda^2$	$2\lambda+\tau$	$2\lambda\tau/(2\lambda+\tau)$	
$k(-\beta s+1)/s$	$1/(2\beta+\lambda)$			$\beta\lambda/(2\beta+\lambda)$
$k(-\beta s+1)/s$	$2(\beta+\lambda)/(2\beta^2+\lambda^2)$	$2(\beta+\lambda)$	$2\beta\lambda/(\beta+\lambda)$	$(\beta\lambda^2+4\beta^2\lambda)/(2\beta^2+\lambda^2)$
$k(-\beta s+1)/(s(\tau s+1))$	$1/(2\beta+\lambda)$		τ	$\beta\lambda/(2\beta+\lambda)$
$k(-\beta s+1)/(s(\tau s+1))$	$(2\beta+2\lambda+\tau)/(2\beta^2+4\beta\lambda+\lambda^2)$	$2(\beta+\lambda)+\tau$	$2\tau(\beta+\lambda)/(2\beta+2\lambda+\tau)$	$\beta\lambda^2/(2\beta^2+4\beta\lambda+\lambda^2)$

여기서 $C(s)=K_c(1+1/\tau_I s+\tau_D s)/(\tau_F s+1)$, 그리고 λ는 설계변수로 폐루프의 시간상수에 해당한다. 작으면 설정점 변화에 대한 응답이 빨라진다.

Comments:

(1) tuning 식이 매우 간단하다. 한 예로 τ_I는 공정의 시간상수 τ와 같다.
(2) 설정점 변화에 대하여 원하는 빠르기의 오버슛이 없는 일차응답을 준다.
(3) 설정점 변화에 초점을 두었기 때문에 부하응답이 나쁠 수 있다. 공정의 시간상수에 비해 λ를 매우 작게 하였을 때 이런 일이 생긴다.

Tuning Name: IMC-PID

Reference: Rivera, D. E., S. Skogestad and M. Morari, "Internal Model Control 4. PID Controller Design." Ind. Eng. Chem. Proc. Des. & Dev., 25, 252-265, 1986.

Method: 시간지연이 있는 공정에서 시간지연항을 Pade 근사법으로 근사하여 Internal model control 법을 적용한다.

Tuning Rules:

공정	kK_c	τ_I	τ_D	τ_F	λ
$k\exp(-\theta s)/(\tau s+1)$	τ/λ	τ			$>1.7\theta$ $>0.2\tau$
	$(2\tau+\theta)/(2\lambda)$	$\tau+\theta/2$			$>1.7\theta$ $>0.2\tau$
	$(2\tau+\theta)/(2\lambda+2\theta)$	$\tau+\theta/2$	$\tau\theta/(2\tau+\theta)$	$\lambda\theta/(2\lambda+2\theta)$	$>0.25\theta$ $>0.2\tau$

여기서 λ는 설계변수로 폐루프의 시간상수에 해당한다. 작으면 설정점 변화에 대한 응답이 빨라진다.

Comments:

(1) IMC tuning 의 장단점들이 그대로 적용된다.

Tuning Name: Ziegler-Nichols Step Response Method

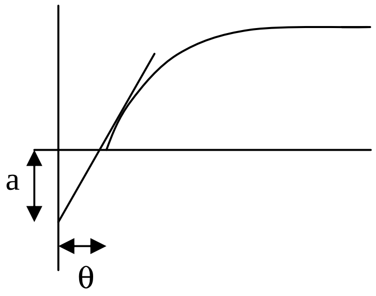
Reference: Ziegler, J. G. and N. B. Nichols, "Optimal Settings for Automatic Controllers." Trans. ASME, 64, 759-768, 1942.

Method: 공정의 계단응답의 초기 응답으로부터 적분시간지연공정,

$$G(s)=a\exp(-\theta s)/s$$

을 얻고 이로부터 제어기를 설계한다.

Tuning Rules:



Kc	τ_I	τ_D
1/a		
0.9/a	3θ	
1.2/a	2 θ	θ /2

Comments:

(1) The decay ratio for the step response is close to one quarter.
(2) The overshoot in the set point response is too large.

Tuning Name: Chien, Hrones and Reswick (CHR) Method - 1

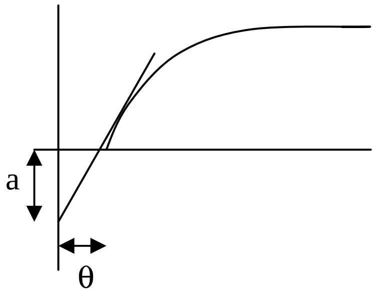
Reference: Chien, K. L., J. A. Hrones, and J. B. Reswick, "On the Automatic Control of Generalized Passive Systems." Trans. ASME, 74, 175-185, 1952.

Method: Ziegler-Nichols Step Response Method 를 더 나은 수렴을 위하여 약간 수정한 방법이다. 공정의 계단응답의 초기 응답으로부터 적분시간지연공정,

$$G(s)=a\exp(-\theta s)/s$$

을 얻고 이로부터 제어기를 설계한다.

Tuning Rules:



Overshoot	Kc	τ_I	τ_D
0%	0.3/a		
	0.6/a	4θ	
	0.95/a	2.4θ	0.42θ
20%	0.7/a		
	0.7/a	2.3θ	
	1.2/a	2 θ	0.42θ

Tuning Name: Chien, Hrones and Reswick (CHR) Method - 2

Reference: Chien, K. L., J. A. Hrones, and J. B. Reswick, "On the Automatic Control of Generalized Passive Systems." Trans. ASME, 74, 175-185, 1952.

Method: Chien, Hrones and Reswick Method - 1 에서 공정을 적분시간지연공정,

$$G(s)=a\exp(-\theta s)/s$$

대신에 일차시간지연공정을

$$G(s)=a\exp(-\theta s)/(\tau s+1)$$

얻고 이로부터 제어기를 설계한다.

Tuning Rules:

Overshoot	Kc	τ_I	τ_D
0%	0.3/a		
	0.35/a	1.2τ	
	0.6/a	τ	0.5θ
20%	0.7/a		
	0.6/a	τ	
	0.95/a	1.4τ	0.47θ

Tuning Name: Ziegler-Nichols Frequency Response Method

Reference: Ziegler, J. G. and N. B. Nichols, "Optimal Settings for Automatic Controllers." Trans. ASME, 64, 759-768, 1942.

Method: 공정에 P 제어기를 설치하고 (혹은 PID 제어기에서 적분시간은 최대로하고 미분시간은 0 으로 하여 적분 및 미분 동작을 없앤후) P 제어기의 값을 서서히 증가시킨다. 어느 순간 일정한 진폭의 진동이 얻어지게 되는데, 이때의 P 제어기 값을 ultimate gain (Ku), 진동의 주기를 ultimate period (Pu)라고 한다. 이들로부터 제어기를 설계한다. 공정 모델 G(s)이 주어져 있으면

$$\angle G(jw_u) = -\pi$$

을 만족하는 주파수 (phase cross-over frequency)를 구하고, 이로부터

$$Pu=2\pi/w_u$$
$$Ku=1/|G(jw_u)|$$

을 얻을 수 있다.

Tuning Rules:

Kc	τ_I	τ_D
0.5Ku		
0.45Ku	Pu/1.2	
0.6Ku	Pu/2	Pu/8

여기서 Ku 는 ultimate gain 이고 Pu 는 ultimate period 이다.

Comments:

Tuning Name: Modified Ziegler-Nichols Method

Reference: Astrom, K. J. and Hagglund, T., PID Controllers, 2^{nd} ed., ISA, N. C., 1995.

Method: 공정의 한 Nyquist point

$$G(jw_o)=r_a\exp(j(\pi+\phi_a))$$

를 다른 주어진 Nyquist point 로 제어기를 도입하여 이동시키는 방법이다. 즉

$$G(jw_o)C(jw_o)=r_b\exp(j(\pi+\phi_b))$$

가 되는 제어기를 구한다. 여기서 $\phi_a=0$ 으로 하는 것이 주로 고려되는데 이때는 $r_a=1/Ku$ 가 되고 $w_o=2\pi/Pu$ 가 된다.

PI 제어기에 대하여 위의 문제를 풀면

$$Kc = K_u r_b \cos(\phi_b)$$

$$\tau_I = -\frac{1}{\omega_o \tan(\phi_b)}$$

PID 제어기에 대하여 위의 조건에 $\tau_D=0.25\tau_I$ 를 더하여

$$Kc = K_u r_b \cos(\phi_b)$$

$$\tau_I = \frac{2}{\omega_o}\frac{1+\sin(\phi_b)}{\cos(\phi_b)}$$

$$\tau_D = 0.25\tau_I$$

Ziegler-Nichols Frequency Response Method 는 $r_b=0.6621$, $\phi_b=0.4366$ 으로 선택한 경우이다.
추천되는 설계값은

$$r_b=0.41,\ \phi_b=1.0647$$

혹은

$$r_b=0.29,\ \phi_b=0.8029$$

등이다.

Tuning Name: Modified Ziegler-Nichols Method with Loop Shaping

Reference: Astrom, K. J. and Hagglund, T., PID Controllers, 2nd ed., ISA, N. C., 1995.

Method: Modified Ziegler-Nichols Method 의 PID 제어기 설계에서 $\tau_D=0.25\tau_I$ 의 관계를 이용하였는데 이를 설계 자유도로 사용하여 Nyquist plot 의 모양을 정하는 설계 방법이다.

$$Kc = K_u r_b \cos(\phi_b)$$

$$\tau_I = \frac{1}{\omega_u^{\,2}(\tau_D - a)}$$

$$\tau_D = 0.5\left(a - \phi' - a\omega_u \frac{r'}{r} + \left(\frac{r'}{r} - a\omega_u \phi' \right) \tan\psi \right)$$

여기서

$G(j\omega)=r(\omega)\exp(j(\pi+\phi(\omega)))$

ψ : the desired slope

$a=\tan(\phi_b)/\omega_u$

먼저 ultimate frequency, ω_u, 를 계산하고, 이 주파수에서의 r 및 r', ϕ 및 ϕ'를 구한다. 주어진 r_b, ϕ_b 그리고 ψ로부터 제어기 변수를 결정한다. 설계변수 한 예로

$r_b=0.707$, $\phi_b=\pi/4$, $\psi=\pi/4$

를 들 수 있다.

Tuning Name: Trial and error tuning

Reference: D. E. Seborg ,T. F. Edgar and D. A. Mellichamp, Process Dynamics and Control. John Wiley & Sons, N.Y, 296-297, 1989.

Method: 제어기의 현장 조율은 흔히 제어기 제작자에 의해 제안되는 방법이다.

(Step 1) τ_D 를 최소값에, 그리고 τ_I 를 최대값에 두어서 적분과 미분기능이 작용되지 못하도록 한다.

(Step 2) K_c 를 낮은 값에 두고 제어기를 자동상태로 전환한다.

(Step 3) 공정변수에 연속진동이 나타날 때까지 제어기 이득 K_c 을 작은 증가분으로 서서히 증가 시킨다. 여기서 "연속진동"은 일정한 진폭을 갖는 지속되는 진동을 나타낸다. 만약 제어기 이득을 증가 시켜도 공정변수의 움직임이 나타나지 않으면 설정값에 약간의 변화를 가한 후 원래 값으로 복귀 시킨다.

(Step 4) K_c 를 반으로 줄인다.

(Step 5) τ_I 를 연속진동이 다시 일어날 때까지 작은 증가분으로 감소 시킨다. τ_I 를 이값의 3배로 한다.

(Step 6) τ_D 를 연속진동이 일어날 때까지 증가 시킨다. τ_D 를 이 값의 삼분의 일로 한다.

Tuning Name: Iterative Continuous Cycling

Reference: J. Lee, W. Cho and T. F. Edgar, "Multiloop PI Controller Tuning for Interacting Multivariable Processes", Compters Chem. Engng, 22, 1711-1723, 1998.

Method: Trial and error tuning 방법을 약간 변경하여 ITAE 및 ZN법에 버금가도록 한 PI제어기를 위한 방법이다.

(Step 1) τ_I 를 최대값에 두어서 적분기능이 작용되지 못하도록 한다.

(Step 2) K_c 를 낮은 값에 두고 제어기를 자동상태로 전환한다.

(Step 3) 공정변수에 연속진동이 나타날 때까지 제어기 이득 K_c 을 작은 증가분으로 서서히 증가 시킨다. 여기서 "연속진동"은 일정한 진폭을 갖는 지속되는 진동을 나타낸다. 만약 제어기 이득을 증가 시켜도 공정변수의 움직임이 나타나지 않으면 설정값에 약간의 변화를 가한 후 원래 값으로 복귀 시킨다.

(Step 4) K_c 를 반으로 줄인다.

(Step 5) τ_I 를 연속진동이 다시 일어날 때까지 작은 증가분으로 감소 시킨다. τ_I 를 이값의 2.5배로 한다.

Comment

Tuning Name: Cohen and Coon rule

Reference: G. H. Cohen and G. A. Coon, "Theoretical Considerations of Retarded Control," Trans. ASME, 75, 827, 1953.

Method: Cohen and Coon(1953) 에 의해서 제시된 이 방법은 1/4 decay ratio를 갖는closed loop를 제공하는 설계식이다. 이방법은 Ziegler -Nichols 방법을 대신해서 종종 사용된다.

Tuning Rule:

공정	kK_c	τ_I	τ_D
k exp(-θs) /(τs+1)	(1+θ/(3τ))τ/θ		
	(0.9+θ/(12τ))τ/θ	θ(30+3θ/τ)/(9+20θ/τ)	
	(4/3+0.25θ/τ)τ/θ	θ(32+6θ/τ)(13+8θ/τ)	4θ/(11+2θ/τ)

Comment:

(1) 1/4 decay ratio 응답은 대개 너무 진동이 심한 응답으로 생각된다.
(2) 이 기준은 closed-loop responce의 첫 두정점만을 고려한 것이다.

Tuning Name: Integral of time absolute error (ITAE)

Reference:

Method: 다음의 목적함수를 최소화하는 제어기 규칙이다.

$$ITAE = \int_0^\infty t \,|\, y_s(t) - y(t) \,|\, dt$$

일차시간지연공정에 대하여 다음의 규칙이 구해져 있다.

Tuning Rule:

Process	Role	kK_c	τ/τ_I	τ_d/τ
k exp(-θs)/(τs+1)	Disturbance rejection	$0.859(\theta/\tau)^{-0.977}$	$0.674(\theta/\tau)^{-0.680}$	
		$1.357(\theta/\tau)^{-0.947}$	$0.842(\theta/\tau)^{-0.738}$	$0.381(\theta/\tau)^{0.995}$
	Set point tracking	$0.586(\theta/\tau)^{-0.916}$	$1.030 - 0.165(\theta/\tau)$	
		$0.965(\theta/\tau)^{-0.850}$	$0.796 - 0.1465(\theta/\tau)$	$0.308(\theta/\tau)^{0.929}$

Comment: 제어오차에 시간이 곱해진 목적함수 때문에 빠른 settling time이 얻어진다.

Tuning Name: ITAE for SOPTD Model
Reference:

Method: ITAE법을 이차시간지연공정

$$G(s) = \frac{k\exp(-\theta s)}{\tau^2 s^2 + 2\tau\zeta s + 1}$$

에 적용하여 제어 규칙을 얻었다.

Tuning Rule:

Step set point change	$kk_c = -0.04 + \left\{0.333 + 0.949\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.983}\right\}\zeta,\ \zeta \le 0.9$ $kk_c = -0.544 + 0.308\left(\frac{\theta}{\tau}\right) + 1.408\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.832}\zeta,\ \zeta > 0.9$
	$\frac{\tau_i}{\tau} = \left\{2.055 + 0.072\left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right\}\zeta,\quad \frac{\theta}{\tau} \le 1.0$ $\frac{\tau}{\tau_i} = \left\{1.768 + 0.329\left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right\}\zeta,\quad \frac{\theta}{\tau} > 1.0$
	$\frac{\tau}{\tau_d} = \left\{1.0 - \exp\left(-\frac{(\theta/\tau)^{1.060}\zeta)}{0.870}\right)\right\}\left(0.55 + 1.683\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.090}\right)$
Step input disturbance rejection	$kk_c = -0.670 + 0.297\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-2.001} + 2.189\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.766}\zeta,\ \zeta < 0.9$ $kk_c = -0.365 + 0.260\left(\frac{\theta}{\tau} - 1.400\right)^2 + 2.189\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.766}\zeta,\ \zeta \ge 0.9$
	$\frac{\tau_i}{\tau} = 2.212\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0.520} - 0.300,\quad \frac{\theta}{\tau} < 0.4$ $\frac{\tau_i}{\tau} = -0.975 + 0.910\left(\frac{\theta}{\tau} - 1.845\right)^2 + \left\{1 - \exp\left(-\frac{\zeta}{0.150 + 0.330(\theta/\tau)}\right)\right\} \times \left\{5.250 - 0.880\left(\frac{\theta}{\tau} - 2.800\right)^2\right\},\quad \frac{\theta}{\tau} \ge 0.4$
	$\frac{\tau}{\tau_d} = -1.900 + 1.576\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-0.530} + \left\{1 - \exp\left(-\frac{\zeta}{-0.15 + 0.939(\theta/\tau)^{-1.121}}\right)\right\}\left\{1.45 + 0.969\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{-1.171}\right\}$